



Пројекат
финансира
Европска унија



Република Србија
Министарство
просвете и науке

ФУНКЦИОНАЛНО ОСНОВНО ОБРАЗОВАЊЕ ОДРАСЛИХ ДРУГИ И ТРЕЋИ ЦИКЛУС



МАТЕМАТИКА

КАКО ЕФИКАСНО ПРЕДАВАТИ И УЧИТИ МАТЕМАТИКУ У ФУНКЦИОНАЛНОМ ОСНОВНОМ ОБРАЗОВАЊУ ОДРАСЛИХ

- водич за наставнике и полазнике -

Пројекат реализују:



МАТЕМАТИКА

Водич за наставнике и полазнике

други и трећи циклус

ИЗДАВАЧ

Пројекат „Друга шанса“ – Развој система функционалног основног образовања одраслих у Србији који реализује ГОПА Консалтантс (GOPA Consultants)

УРЕДНИК

Проф. др Снежана Медић

ТЕХНИЧКИ УРЕДНИК

Љиљана Вдовић

ШТАМПА

DIA – ART d.o.o

Ова публикација израђена је уз подршку Европске уније. Садржај ове публикације је искључива одговорност ГОПА Консалтантс (GOPA Consultants) и ни на који начин не одражава ставове Европске уније.

ПРЕДГОВОР

Ова публикација је један од резултата активности на пројекту *Друга шанса – развој система функционалног основног образовања одраслих* који се у образовном систему Србије реализује уз финансијску подршку Европске уније.

Функционално основно образовање одраслих (ФООО) представља у много чему значајну новину у образовном систему Србије и по први пут је системски постављено за потребе образовања одраслих. Функционално основно образовање је изискивало израду новог образовног програма, заснованог на исходима наставе и учења и усмереног ка развоју и успостављању оних компетенција које су одрасломе неопходно потребне да би на одговарајући, лично користан и друштвено прихватљив начин и у разноврсним доменима, од личног и породичног, до радног и друштвеног, одговорио на захтеве на које свакодневно наилази и унапредио квалитет живота и у окружењу у коме живи и ради, и у свом приватном и породичном окружењу.

ФООО је намењено свим одраслим особама изнад 15 година старости који имају потребу да се описмене и стекну основно образовање. Програм ФООО остварује се у основним школама и школама за основно образовање одраслих у којима су школски тимови посебно обучени, у оквиру пројекта *Друга шанса* за образовни рад са одраслима и имплементацију образовног програма ФООО. Образовни програм у школама остварује се у времену које највише погодује одраслим полазницима и излази у сусрет потребама одраслих да образовање ускладе са својим основним, личним, породичним и радним обавезама. ФООО траје укупно три школске године. У оквиру првог циклуса одрасли полазници завршавају програм који је еквивалентан програму прва четири разреда основне школе и стичу основе писмености. У другом циклусу (V и VI разред) одрасли стичу основе општег образовања. Трећи циклус (завршна година) односи се на завршетак основног образовања (VII и VIII разред) и обуку за одређене послове/занимања.

Наставни план и програм иако развијен по моделу формалног основног образовања, функционално је прилагођен одраслим полазницима. Садржаји 12 предмета и 2 модула блиско су повезани са икуством, потребама и интересовањима одраслих.

За потребе ФООО посебно је креиран материјал за наставу и учење за сваки предмет и модул као пратећа подршка остваривању наставног програма. Поднаслов ове публикације показује да је она намењена и наставницима који изводе наставу у оквиру програма функционалног основног образовања одраслих и самим полазницима овог програма. Наставницима је намењена као подршка да што ефикасније и квалитетније, сагласно захтевима функционалног основног образовања, организују, планирају, усмеравају и изводе наставни процес, уз пуну сарадњу и учешће полазника. Полазницима је намењена као извор неопходних и значајних информација, али и подстицаја на активно учешће не само у настави функционалног образовања и у процесу учења, већ и, преношењем и коришћењем стечених знања и компетенција, у свакодневној, широј животној и радној средини. Шира друштвена и радна средина с разлогом очекују да полазници програма функционалног основног образовања одраслих дају конструктиван и ваљан допринос.

Водич за успешну и квалитетну наставу и учење у функционалном основном образовању одраслих израђен је за сваки наставни предмет и модул у првом циклусу. За сваки предмет и модул који су укључени у образовни програм у другом и трећем циклусу функционалног основног образовања водичи обухватају наставни и образовни програм оба ова циклуса.

Сваки водич садржи осврт на главне елементе образовног програма - опште исходе, исходе наставе одређеног предмета (модула), програмске теме и обавезне садржаје и смернице, предлоге, упутства и налоге за реализацију наставе. Сваки водич садржи и различите материјале за полазнике. Сагласно томе, сваки појединачни водич је састављен од неколико целина.

Водич за наставника и полазника треба да послужи и бољем разумевању процеса образовања одраслих, квалитетној реализацији образовног програма и ефикасном и квалитетном процесу учења.

У водичу су коришћене следеће ознаке:



- корисни извори, линкови и литература за наставника и полазника;



- напредни садржаји;



- кључне речи одштампане за полазника.

САДРЖАЈ

Увод.....	6
Циљ наставе и учења математике	7
Преглед садржаја математике.....	8
Тема 1. Бројеви и операције са њима	10
1.1. Разломци.....	11
1.2. Цели бројеви.....	15
1.3. Рационални бројеви.....	18
1.4. Примене.....	21
Тема 2. Геометрија у равни	24
2.1. Скупови тачака у равни.....	25
2.2. Угао.....	27
2.3. Троугао.....	30
2.4. Четвороугао.....	35
2.5. Многоугао и круг.....	37
2.6. Сличност, подударност и симетрија	39
Тема 3. Алгебра и функције	41
3.1. Степен броја.....	42
3.2. Неке основне функције	44
3.3. Линеарне једначине и неједначине	47
Тема 4. Обрада података	49
4.1. Графички приказ.....	50
4.2. Мерење.....	52
Тема 5. Геометрија у простору	54
5.1. Геометријска тела	55

УВОД

С обзиром да се ради о образовању одраслих, који су кроз своје животно искуство стекли одређено информално знање, сврха предмета је да то знање допуни, систематизује и функционализује, тако да полазник овлада основном математичком писменошћу. То значи да се полазник оспособи да примени стечена математичка знања и вештине како би решио једноставније реалне проблеме, али и да се постави основа за даљу обуку или учење за којим ће имати потребе целог живота. Програм предмета Математика у другом и трећем циклусу основног образовања одраслих обухвата две основне области - бројеве и операције са њима, и облике и простор (геометрија).

Учење о различитим врстама бројева, који представљају азбуку нумеричке писмености, је неопходно како би полазник могао да разуме количину и меру нечега. Учењем и разумевањем правила оперисања са бројевима стиче се вештина квантификовања различитих величина, извођења сложенијих прорачуна и анализа, закључивања и тумачења добијених резултата, а све у сврху решавања конкретних, реалних проблема.

Друга основна област изучавања су облици и простор, што је у математици предмет дисциплине која се зове геометрија. Стварни свет се састоји од линија, фигура и тела. Проучавање њихових разноврсних облика, особина и узајамних односа је важно сваком грађанину како би разумео свет који га окружује, и могао да га мења и прилагођава својим потребама.

Ради ефикасније примене стечених теоријских знања у реалним ситуацијама програм обухвата и две области примене - обраду података и мерење, кроз које полазник стиче вештину да примени стечена теоријска знања. Обрада података га учи да бројне вредности које добија квантификовањем неке величине или појаве уме да уреди и представи на одговарајући начин, да би на основу тако презентованих информација могао да дође до одређених сазнања и закључака који ће му помоћи у доношењу одговарајућих одлука.

Учењем о мерама и мерењу полазник стиче вештину бројчаног исказивања одређених карактеристика предмета и појава ради њиховог поређења или манипулисања њима. Практично не постоји реална ситуација у којој полазник не користи неку од овде стечених вештина, почев од поређења и трајања у времену, растојања, величина у простору, тежина итд.

Изучавањем предмета Математика развијају се важне компетенције неопходне за живот у савременом друштву, као што су способност уочавања и формулисања проблема, њихово решавање и извођење одговарајућих закључака. Учењем кроз математику да се различите реалне ситуације опишу истим математичким формализмом развија се логичко и апстрактно мишљење, што представља основ за учење како се учи. Коначно, математика доприноси стицању и свих осталих кључних компетенција, општих исхода (језичке, научне и дигиталне писмености, иницијативности и предузетништва, социјалних, грађанских и културних компетенција).

ЦИЉ НАСТАВЕ И УЧЕЊА МАТЕМАТИКЕ

Циљ наставе и учења математике јесте:

- правилно формирање математичких појмова и стицање основних математичких знања и вештина;
- схватање простора и односа у њему; разликовање неких делова простора и стицање вештине мерења;
- стицање и развој способности за решавање реалних проблема применом математике, кроз уочавање, формулисање, решавање и закључивање;
- ефикасна комуникација коришћењем језика математике;
- овладавање и другим општим исходима, тј. кључним компетенцијама међу којима су, пре свега, језичка, научна и дигитална писменост;
- развијање логичког мишљења, јер повезивање садржаја из различитих области тражи логичко промишљање;
- научити како се учи.

ПРЕГЛЕД САДРЖАЈА МАТЕМАТИКЕ

У материјалу који је пред вама обрађене су све теме које су предвиђене програмом предмета Математика за други и трећи циклус основног образовања одраслих, али не у истом обиму. Оним садржајима који би полазницима за савладавање могли бити тежи дато је више простора због детаљнијих препорука наставнику како да обради те садржаје. Појмови и садржаји који су полазницима јаснији, пре свега због тога што се са њима често срећу у свакодневном животу, само су поменути и указано је на њихово место у ширем контексту.

Обавезни садржаји су тако одабрани да се дефинисани исходи достижу постепеним развијањем појмова током целог основног образовања. У првом циклусу су уведени основни појмови: природни број, декадни систем и дефинисане основне рачунске операције, као и геометријски појмови тачка, права, троугао, квадрат, правоугаоник. Кроз примере из праксе указује се у другом циклусу на потребу увођења нових врста бројева, целих и рационалних бројева. Уочавају се њихове везе и уређење. Рачунске операције научене са природним бројевима примењују се и на уведеним новим скуповима бројева. Такође, уочавају се нови објекти у равни, различите линије и фигуре и њихови међусобни односи. Дефинишу се елементи фигура, неке њихове особине и рачуна обим и површина основних фигура. У последњем, трећем циклусу, уводи се појам реалног броја и сагледава узајамни однос свих уведених скупова бројева (природних, целих, рационалних и реалних). Упоредију се и повезују бројевним изразима бројеви записани у различитим облицима. У домену геометрије уочавају се у равни нове фигуре круг и многоугао, и у простору нека основна геометријска тела. Дефинишу се основне особине тела, њихови елементи и рачунају површине и запремине. На крају трећег циклуса предвиђено је доста времена за примену стечених математичких знања и вештина у обуци за коју се полазник определио.

Овакав програмски концепт постепеног ширења две основне теме омогућава да се пре обраде нових појмова и садржаја провери колико су полазници усвојили основна математичка знања и вештине који су предвиђени програмима претходног циклуса и да се, у случају потребе, понове неки основни садржаји. Утврђивање претходно стеченог и савладавање новог знања остварује се, пре свега, кроз примере из свакодневног живота полазника.

У складу са дефинисаним циљем наставе математике, садржај програма оба циклуса подељен је у пет великих целина:

- бројеви и операције са њима,
- геометрија у равни,
- алгебра и функције,
- обрада података,
- геометрија у простору.

На почетку сваке од ових целина дати су одговарајући образовни исходи за крај основног образовања и кључне речи које указују на програмске садржаје који следе. Свака од ових великих целина укључује и примене у реалним проблемима свакодневног живота. Посебно се указује на садржаје који су тематски повезани са садржајима других наставних предмета, као и рачунске задатке усклађене са потребама обуке. У сарадњи са другим наставницима

могу се обрадити подаци прикупљени приликом извођења огледа на часовима природних наука (огледи из физике, хемије, биологије), или подаци релевантни за неку тему из друштвених наука (нпр. хронологија историјских догађаја, висине планина, дубине језера и мора, растојања између градова). За овакав задатак полазници се могу организовати у групе које ће заједно обрадити одређену тему, тако да се истовремено стиче вештина тимског рада. Коришћењем знања из предмета Дигитална писменост, резултати обраде података у овим истраживањима могу се представити на рачунару табеларно, графиконима или функцијама, а писањем пратећег текста вежба се и језичка писменост. Несумњиво је да ће оваквим начином остваривања програма из математике полазник овладати и другим кључним компетенцијама као што су језичка, научна и дигитална писменост и научити да повезује садржаје из различитих области и логички размишља, а тиме и научити како да учи.

На часу је пожељно груписати полазнике према нивоу знања. Са полазницима који имају добро предзнање и показују интересовање за математику препоручује се обрада и напредних садржаја, који су такође дати овим програмом. Напредни садржаји углавном се односе на комплексније проблеме и сложеније примене обавезних садржаја, те наставник може упутити ове полазнике да раде самостално, појединачно или тимски, уз повремену помоћ наставника када је то неопходно. Градиво и задаци који се односе на напредне садржаје означени су симболом



Праћење рада и оцењивање полазника саставни је део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе. Резултати оцењивања најпоузданији су уколико се базирају на систематском и континуираном проверавању усвојености елементарних математичких знања и вештина. Оцењивање полазнику и наставнику пружа информацију о степену остварености циљева и исхода наставе и учења, као и о напредовању полазника у односу на ниво знања који је поседовао на почетку школске године. На крају сваке области дати су примери задатака за самоевалуацију полазника. По узору на ове задатке корисно је да полазници сами састављају и решавају нове задатке, како би проверили да ли су разумели и савладали одговарајуће градиво. Коначно, темама које су дате под насловом Примените оно што сте научили указује се полазнику како научено може бити корисно у свакодневном животу. Ову листу тема треба проширити новим темама које дефинишу сами полазници на основу свог личног искуства.

У процесу вредновања рада полазника врло је важан однос наставника према полазницима. Ради повећања мотивације и давања подршке напорима полазника да у зрелом добу учи, сваки позитиван помак треба похвалити, а грешке не треба пропратити речима „не ваља, погрешно“, ликујући. Превасходни задатак наставника јесте да науче полазнике да мисле, а математика је управо та која развија логичко и апстрактно мишљење.

ТЕМА 1: БРОЈЕВИ И ОПЕРАЦИЈЕ СА ЊИМА

Исходи за крај основног образовања

По завршетку основног образовања полазник/ца ће умети да:

- прочита и запише различите врсте бројева (природне, целе, рационалне);
- преведе децимални запис броја у разломак и обратно;
- упореди по величини целе бројеве, и разломке са истим имениоцем или бројиоцем;
- изврши основне рачунске операције са бројевима истог облика (у случају сабирања и одузимања разломака само са истим имениоцем);
- користи бројеве и бројевне изразе са њима у једноставним реалним ситуацијама (користећи стечена основна знања);
- процени приближну вредност броја;
- примени проценте у једноставним реалним ситуацијама;
- примени размеру и пропорцију у једноставним реалним ситуацијама.

Веза са другим предметима

Географија - размера на географској карти, надморска висина и дубина (изнад и испод нивоа мора), географска дужина (источно или западно од Гринича) и ширина (изнад или испод екватора)

Историја - историјско време (пре нове ере и нова ера као пример целих бројева)

Хемија - процентни раствори, пропорција

Физика - средња брзина

Матерњи језик - читање математичких записа, проблемских задатака

Информатика - организација података spreadsheet-ом



Уџбеници и збирке задатака из математике од 5. до 8. разреда основне школе

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/math-ALGEBRA.htm>

<http://www.ixl.com/?gclid=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



- разломак,
бројилац
именилац
разломачка црта
- децималан број
- децималан зарез
- цео број
- супротан број
- апсолутна вредност
- рационалан број
- реципрочна
вредност
- бројевна полуправа
- бројевна права
- знаци за поређење
једнако =
веће >
мање <
- рачунске операције
сабирање +
одузимање -
множење ·
дељење :
- приоритет
рачунских
операција:
1. множење и
дељење
2. сабирање и
одузимање
- заграде (и) за
груписање
рачунских
операција
- аритметичка
средина
- размера
- проценат
- приближан број

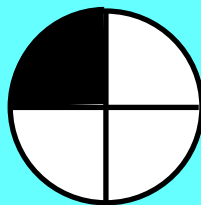
1.1. РАЗЛОМЦИ

(препорука 25 часова)

Разломак означава део неке групе или целог броја.

Ако поједете обојени део бурека појели сте једну четвртину бурека, што се записује разломком

$\frac{1}{4}$ бројилац
разломачка црта
именилац



• Дакле, половина једног колута сира означава се разломком $\frac{1}{2}$, трећина једне баште означава се разломком $\frac{1}{3}$, а пети део трошка од 100 динара означава се разломком $\frac{100}{5}$.

• Објасните речима и пробајте сликом да представите активности: купити пола колута сира, засадити трећину баште, поделити трошак од 100 динара на пет пријатеља.

• Прочитајте бројеве $\frac{3}{8}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{1}{4}$.

• Запишите разломцима бројеве: три петине, девет четвртина, једна седмина, два цела и један стоти.

• Колико у једном целом има: петина, четвртина, седмина, деветина? А колико укупно четвртина има у пет целих?

• Милан је понео у продавницу 2000 динара и потрошио је $\frac{1}{4}$ ове суме. Колико је новца Милан потрошио? Који део од 2000 динара му је остао?

• Седам бицикала има по једну гуму пробушену. Колико се бицикала може оспособити за вожњу помоћу исправних гума?

Упутство за наставника

Подсетити полазника на оно што је научено о разломку у првом циклусу: појам разломка, читање, записивње и графичко приказивање разломака.

Разговарати о реалним ситуацијама у којима се јавља потреба за коришћењем разломака.

Једни полазници могу да задају разломке речима или бројевима, а други да их записују бројевима или читају, и представљају сликом.

Скренути пажњу да се у текстовима разломак често записује у облику $\frac{5}{4} = 5/4$



• Шта представља разломак $\frac{5}{1}$?

• Зашто разломак $\frac{5}{4}$ може да се запише и као $1\frac{1}{4}$?

Објасните речима овај запис.

• Половина једне цеви обојена је црвено, четвртина плаво, а 5m је необојено. Колика је дужина те цеви?

• Петар је појео четвртину, а Марко трећину бурека. Ко је појео више? Да ли је остало још бурека?

• Упоредите свака два од датих разломака $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ и запишите одговоре помоћу знакова веће $>$ или мање $<$. Који је највећи, а који најмањи од наведених разломака? Образложите одговор.

Децималан број је разломак записан помоћу децималног зареза. У разломку децимална црта означава дељење бројиоца са имениоцем, стога је количник одговарајући децималан број

$$\frac{1}{4} = 1:4 = 0,25 \qquad 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 5:4 = 1,25$$

Децималан број записује се у облику разломка дељењем одговарајућом декадном јединицом (10, 100, 1000,...), што је одређено бројем цифара иза децималног зареза

$$0,25 = 25:100 = \frac{25}{100} \qquad 1,5 = 15:10 = \frac{15}{10}$$

• Напишите децимални број 0,48 у облику разломка.

• Прочитајте децималне бројеве 0,025 и 206,09 као разломке и запишите их у облику разломака.

• Запишите број три половине као разломак и као децималан број.

• Израчунајте калкулатором и запишите у облику децималних бројева разломке $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{3}$.

Објасните који проблем се јавља када треба записати други разломак у облику децималног броја?

Наведите још неки пример разломка код кога се јавља исти проблем при запису у облику децималног броја.

• Месечни рачун за струју износи две хиљаде тридесет четири динара и десет пара. Како ћете овај број записати на уплатници?



У примеру смо претварањем разломка у децималан број добили да је $\frac{1}{4} = 0,25$ а када смо овај децималан број изразили разломком добили смо да је $0,25 = \frac{25}{100}$.

• Да ли је $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$? Да ли је и $\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{5}{20} = \dots$?

• Којим бројем треба проширити разломак $\frac{4}{7}$ да би се добио разломак $\frac{20}{35}$?

Упутство за наставника

Сликом илуструјте зашто је разломак то мањи што му је именилац већи.

Да би се објаснио појам децималног броја могу се користити јединице за дужину и њихови односи, што је полазник већ научио у првом циклусу.

Кројачки (зидарски) метар има ситније подеке, који представљају јединице за дужину:

дециметар као десети део метра

$$\frac{1m}{10} = 0,1m$$

центиметар као стоти део метра

$$\frac{1m}{100} = 0,01m$$

милиметар као хиљадити део метра

$$\frac{1m}{1000} = 0,001m$$

Подсетите полазнике на декадни запис броја и представите децимални број збиром разломака

$$1,25 = 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

Објасните сликом проширивање и скраћивање разломака. Затим укажите да се сваки разломак може записати на бесконачно много начина, зависно од тога на колико делова делимо једно цело, али да је децимални запис јединствен (увек исти).

Бројевну полураву можете замислити као кројачки метар коме је почетак 0 и који је на крају продужен бесконачно.

|-----|-----|-----|-----
0 1 2 3

• Уочите на бројевној полуравој тачке које одговарају бројевима 0,625 0,25 0,375 0,5 0,125 ? Који је најмањи од наведених бројева? Образложите одговор.

• Допуните знакове неједнакости ($>$ или $<$) у следећим паровима бројева:

$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$; 2,13 2,3.

• Центри наше кошаркашке репрезентације на Светском првенству у Индијанополису, САД, 2002. године били су:

Име и презиме	Висина у m
Дејан Котуровић	2,10
Предраг Дробњак	2,08
Владе Дивац	2,16
Дејан Томашевић	2,06

Који је играч највиши, а који најнижи?

Исказ „Број 3,5 умањи збиром бројева 0,1 и 0,9“ записује се бројевним изразом $3,5 - (0,1 + 0,9)$. Колика је његова вредност?

• Исажите речима запис бројевног израза $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{2}$.

Колика је вредност овог бројевног израза?

• Колико динара треба дати за куповину 50 €, уколико се у мењачници за 1€ плаћа 117,70 динара? Записати исказ бројевним изразом и израчунати га.



• Уредите од највећег ка најмањем следеће бројеве: 0,32 0,233 0,332 0,3 .

• Упоредите по величини бројеве $0,16$; $\frac{9}{10}$; $\frac{4}{5}$

Проверите резултат калкулатором.

• Запишите математичким симболима следеће исказе:
- двоструку вредност броја 4,1 умањите за три,
- удвостручите број који се добија када се број 4,1 умањи за три.

Израчунајте резултате оба израза. Да ли су они једнаки?

Упутство за наставника

За приказ уређености позитивних бројева користити кројачки или зидарски метар. Покажите како се бројевима придружују тачке (цртице) на метру.

За полазнике који желе и могу више намењени су садржаји означени са



Ови полазници

могу сами или у групи радити сложеније задатке, док ви радите са полазницима чија су постигнућа слабија. На крају, део часа оставите да заједно поразговарате о решењима задатака. Наведите полазнике да сами уоче грешке у раду једни другима, јер се на грешкама најбоље учи.

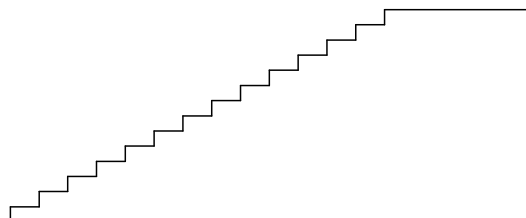
Полазници треба да вежбају како да опишу бројевним изразима различите реалне ситуације, као на пример:

плаћање услуга по сату рада,
трошак, плаћање и кусур при куповини, дуплирање количина састојака у куварском рецепту.

Вежбајте са полазницима рад са калкулатором.

Проверите шта сте научили

- Милан треба да направи у новој кући степениште са 14 степеница чија је укупна висина 252cm , као што је представљено на шеми



Укупна висина 252cm

Укупна ширина 400cm

Колика је висина сваке од 14 степеница? Који податак у задатку је сувишан?

- Колико је 150 минута изражено у часовима?
- Која од наведених величина представља најкраће време:
1 дан, 20 часова, 1800 минута, 90 000 секунди ?
- Колике су вредности бројевних израза ?

$$A = \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{4}{15} \quad B = 3 - 1\frac{4}{5} \quad C = \frac{3}{20} \cdot \frac{4}{15} \quad D = \frac{8}{25} : \frac{4}{5}$$

- Израчунајте вредност израза $3,2 \cdot (4,3 + 5,7)$



- Уместо * треба написати једну цифру тако да неједнакости

$\frac{2}{8} < 0,*5 < 0,5$ буду тачне. Које све цифре то могу бити?

- Колика је вредност бројевног израза

$$\frac{7}{12} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{8}\right) + 2\frac{1}{6} \cdot 4 ?$$

Не заборавите!

- Разломак је количник два природна броја a и b ,

$$a/b = \frac{a}{b} = a : b$$

- Децималан број је други облик записа разломка. То је број који се добија као резултат дељења два природна броја, бројиоца a са имениоцем b .

- Децимални зарез

↓

123,456

раздваја целобројни (123) од разломљеног (456) дела децималног броја.

- Бројевна полуправа је полуправа која служи за представљање вредности неког разломка или децималног броја.

- Заградама се издвајају рачунске операције које имају приоритет у извршавању.

Примените оно што сте научили

Процените при куповини шта је економичније - купити мање или веће паковање прашка за веш или неког другог артикла који се продаје у различитим паковањима?

Израчунајте шта је јефтиније: да купите у радњи све што је потребно и сендвич направите сами или да купите готов сендвич на киоску?

1.2. ЦЕЛИ БРОЈЕВИ

(препорака 20 часова)

Уочите потребу да се назначи да мера неке величине може варирати у два супротна смера: позитивна и негативна температура, плус и минус на текућем рачуну, надморска висина и морска дубина и сл.

0 степени целзијуса је температура на којој се вода мрзне. На вишој температури од ове (означеној позитивним бројем) вода је у течном стању, а на нижој температури од ове (означеној негативним бројем) вода је у чврстом стању и зовемо је лед.

Скуп *целих бројева* је $\{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

- Која је уобичајена дневна температура зими, а која лети ?
- Када добијете извод са текућег рачуна како знате да ли имате новца на рачуну или дугујете позајмицу банци?
- Запишите број минус пет стотина седам.

Бројевну праву можете замислити као скалу термометра која је на оба краја продужена бесконачно

.....|-----|-----|-----|-----|-----|.....
-2 -1 0 1 2

- Прикажите кретање дневне температуре у једном зимском дану тачкама на бројевној правој.
- Означите на бројевној правој која представља надморску висину тачке које одговарају висини планине Авала од 511m и дубини Палићког језера од 4m.
- Уочите који узајамни положај имају тачке на бројевној правој које су придружене супротним бројевима (бројеви који се разликују само по знаку, на пример 3 и -3) .



- Да ли природни бројеви припадају скупу целих бројева?

- Колико јединица мере на бројевној правој је удаљена од 0 тачка која одговара броју 3, а колико је од 0 удаљена тачка која одговара броју -3?
- Апсолутна вредност целог броја је растојање од нуле тачке на бројевној правој придружене том броју. На пример, апсолутна вредност броја -3 једнака је $|-3| = 3$.

Упутство за наставника

Скалу термометра користите за приказ уређења скупа целих бројева.

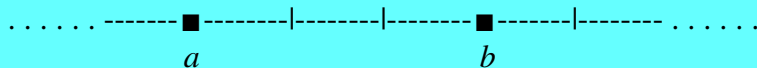
Као математичку апстракцију (метра или скале на термометру) уведите бројевну праву.

Уређење бројева објасните узајамним положајем тачака бројевне праве које су придружене бројевима који се упоређују.

За вежбу, један полазник може да каже неколико целих бројева, други нека одреди на бројевној правој тачке које одговарају тим бројевима, трећи нека их уреди по растућем редоследу, а четврти по опадајућем редоследу, помажући се означеним тачкама на бројевној правој.

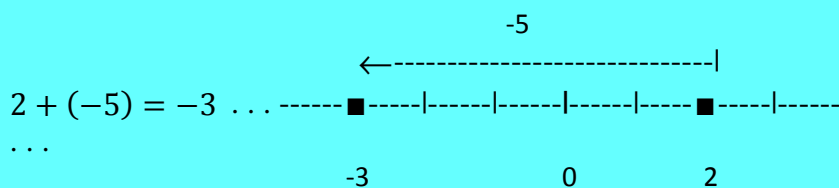
Објаснити појам апсолутне вредности броја као растојање од 0 тачке придружене броју чију апсолутну вредност тражимо. Скренути пажњу да је то увек позитиван број или нула.

Цео број a је мањи од целог броја b , што се означава $a < b$, ако се тачка која одговара целом броју a налази на бројевној правој лево од тачке која одговара целом броју b .



- Шта је веће: -10000 или -5000 ?
- Допуните знакове неједнакости ($>$ или $<$) у следећим паровима бројева:

4 3; -4 3; 4 -3; -4 -3.



Уочите да је и $2 + (-5) = -3$. Негативан цео број добија се када се од мањег одузме већи природан број. Рачунска операција одузимања у скупу природних бројева не даје као резултат увек природан број.

- Колико је $-(-2)$?
 - Израчунајте:
- $2 + 2,$ $2 + (-2),$ $(-2) + (-2),$ $2 - 2$
 $-2 + 2,$ $-(2 + 2)$

Који од наведених израза су једнаки?

- Израчунајте:
- $2 \cdot 2,$ $2 \cdot (-2),$ $(-2) \cdot (-2),$ $2 : 2,$ $-2 : 2,$ $2 : (-2)$

Који од наведених израза су једнаки?

Када је резултат множења или дељења целих бројева позитиван, а када негативан број?

- Колика је разлика између највећег негативног троцифреног броја и најмањег негативног двоцифреног броја?



- Објасните зашто је $-10000 < -5000$, тј. зашто имате мање новца ако је Ваш дуг на текућем рачуну 10000 динара, него ако је Ваш дуг 5000 динара?

- Како записујете: од броја -35 одузми збир бројева -41 и 20 ? Израчунајте вредност добијеног израза.

Упутство за наставника

Истакните да је код негативних бројева мањи онај који има већу апсолутну вредност, тј. онај чија је придружена тачка на бројевној правој удаљенија од нуле, што је супротно природним бројевима.

Објасните уређење негативних бројева и минусом на текућем рачуну.

За илустрацију сабирања и одузимања (сабирања бројева супротног знака) целих бројева могу се користити жетони у две боје, на пример црвени као позитивна јединица, а плави као негативна јединица. Упаривањем црвених и плавих јединица извести закључак о резултату сабирања.

Обратити пажњу на множење или дељење два негативна броја, и негативног и позитивног целог броја.

Проверите шта сте научили

- Уредите од највећег ка најмањем следеће бројеве:
 $-3, \quad 7, \quad 1, \quad 0, \quad -2, \quad 4, \quad -9$
- Ако је јутарња температура једног зимског дана -7°C , а највиша дневна температура $+5^{\circ}\text{C}$, за колико степени је порасла температура у току тог дана? Образложите одговор.
- Запишите помоћу сабирања целих бројева сваку од следећих разлика:
 $8 - (-6), \quad 9 - 2, \quad 10 - (-1)$
- Запишите помоћу одузимања целих бројева сваки од следећих збирова:
 $7 + (-11), \quad 12 + (-3), \quad 4 + (-6)$
- Израчунајте изразе:
 $-19 + 45, \quad -26 - 37, \quad -16 \cdot 8, \quad -48 : (-4)$
- Прочитајте речима следеће изразе и израчунајте њихове вредности:
 $1 - (5 + 9), \quad 1 - 5 + 9, \quad 1 + 5 - 9, \quad 1 - (5 - 9)$
- Како записујете бројевни израз: од броја -35 одузми збир бројева -41 и 20 ? Израчунајте вредност изразица.



- Напишите све могуће комбинације множења и дељења целих бројева
 $3, -3; \quad 5, -5; \quad 15, -15,$
и израчунајте их.

На основу претходних изразица формулишете правило

- Када је резултат множења или дељења целих бројева позитиван, а када негативан број?
- Када је резултат сабирања или одузимања два цела броја позитиван, а када негативан број?
- Израчунајте вредност изразица $-5 + |9 - 15| - |-2 - 8|$ (подсећам Вас да овај облик заграде означава апсолутну вредност)

Не заборавите!

- Цели бројеви одговарају тачкама на бројевној правој придруженим природним бројевима и њима симетричним тачкама у односу на нулу.
- Чине их позитивни (природни), негативни бројеви и нула.
- У скупу целих бројева сваки број осим 0 има себи супротан број. Супротни бројеви имају супротан знак.
- Тачке бројевне праве које су придружене супротним бројевима на једнаком су растојању од нуле. Растојање тачке бројевне праве од нуле представља апсолутну вредност броја коме је тачка придружена.
- Негативан број може се добити као резултат рачунске операције одузимање примењене на два природна броја.
- Заградама се издвајају рачунске операције које имају приоритет у извршавању.

Примените оно што сте научили

Да ли Вам у праћењу стања Вашег кућног буџета помаже познавање целих бројева и вештина извођења рачунских операција са њима?

Које бројеве ћете користити за бележење прихода, а које за бележење расхода у свом кућном буџету? Како ћете знати да ли имате новца или дугујете новац?

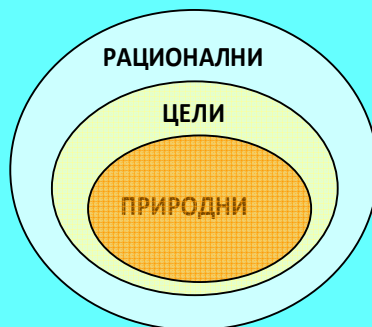
1.3. РАЦИОНАЛНИ БРОЈЕВИ

(препорука 20 часова)

Рационалан број је количник два цела броја, уз услов да број у имениоцу није једнак нули.

Рационалан број се може записати разломком и одговарајућим знаком. Ако су цели бројеви истог знака рационалан број је позитиван, а ако су супротног знака он је негативан.

Уочите да скуп рационалних бројева садржи скуп целих бројева. Сваки цео број јесте рационалан број јер се може записати као количник целог броја и броја 1.



- За сваки од наведених бројева наведите ком скупу бројева припада

$$4 \quad \frac{1}{4} \quad -4 \quad -\frac{1}{4} \quad -0,25 \quad 0,25 \quad .$$

- Прочитајте рационалне бројеве

$$-3,1 \quad -12\frac{1}{5} \quad 0,035 \quad \frac{3}{10}$$

и представите их у истом облику.

Упутство за наставника

Задајте полазницима да направе три картице различитих величина. На најмањој нека напишу природни бројеви, на средњој цели бројеви, а на највећој рационални бројеви. Нека их ставе једну на другу као на слици. Објасните им да су природни бројеви само неки од целих бројева, а да су цели бројеви само неки од рационалних бројева.

Полазници могу да задају једни другима бројеве које треба да прочитају или запишу, и да кажу ком скупу бројева припада задати број.



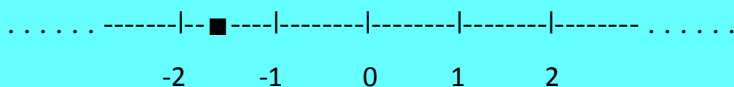
- Како целе бројеве можемо представити разломцима?

- У моделу се не помињу децимални бројеви. Ком скупу бројева на приказаном моделу они припадају?

- Који од наведених рационалних бројева су једнаки међу собом:

$$4 \quad \frac{1}{4} \quad -4 \quad -\frac{1}{4} \quad -0,25 \quad 0,25 \quad ?$$

На бројевној правој између тачака које одговарају целим бројевима налазе се тачке (■) које одговарају рационалним бројевима.



- Различитим рационалним бројевима придружите тачке на бројевној правој. Уочите како узајамни положај тачака на бројевној правој, које су придружене одговарајућим бројевима, одређује уређење тих бројева (који је већи а који мањи).

- Поређајте од најмањег до највећег следеће бројеве:

$$-\frac{4}{5} \quad 0 \quad -0,7 \quad -1.$$

- Израчунајте збир, разлику, производ и количник бројева

$$-\frac{5}{6} \quad \text{и} \quad \frac{1}{3}.$$

- Израчунајте:

$$-12 + 7 \cdot 5, \quad \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot 12, \quad 3,2 \cdot (4,3 + 5,7).$$



- Који број је супротан, а који реципрочан броју -3 ?

- Шта се добије када се апсолутна вредност броја -3 помножи са његовом реципрчном вредношћу и све увећа за број супротан броју -3 ?

- Да ли сваки рационалан број може да се запише у облику децималног броја?

- Како би се у облику децималног броја записали бројеви

$$\frac{1}{4} \quad \text{и} \quad -\frac{1}{3} \quad ?$$

- Колика је вредност бројевног израза

$$(0,2 - 1,2 : 0,375) : \left(1\frac{3}{4} - 0,25\right)$$

Прикажите поступак израчунавања.
Проверите решење калкулатором.

Упутство за наставника

За проверу наученог градива о бројевима можете организовати квиз.

Сваки полазник припреми папир са бројем записаним по његовом избору. Трудити се да буде бројева свих врста. Наставник нацрта на панелу бројевну праву на којој је само означена цифра 0. Сваки полазник треба да прикачи свој папир на праву, по редоследу који одговара вредности његовог броја. Када су сви бројеви на панелу, могу се поставити различита питања: који бројеви су рационални, који цели, који парни, који записани у облику разломака и слично.

Пронаћи у новинама или рекламном материјалу различите информације исказане бројевима (цене кола, кућа, добитак на лутрији), прочитати их, изразити у истом облику, уредити по величини и тако даље.

Посебно обратити пажњу на приоритет рачунских операција и употребу заграда.

Проверите шта сте научили

- Петар је написао тачну неједнакост $-0,3 \star < -0,38$. Једна цифра је замрљана мастилом. Која је то цифра?

- Поређајте од најмањег до највећег следеће бројеве:

$$-\frac{4}{5} \quad 0 \quad -0,7 \quad -1.$$

- Допуните недостајући симбол операције у бројном изразу

$$250 \ ? \ 10 = 25.$$

- Како можете најлакше израчунати вредност израза

$$370 \cdot 998 + 370 \cdot 2 \ ?$$

- Израчунајте вредности бројевних израза

$$-2,4 : (-2) \quad -2,4 - (-2) \quad -2,4 \cdot 0,2 \quad -2,4 + 0,2$$

- Израчунајте изразе

$$3,6 : (-0,04) \quad -3,6 + 0,06 \quad -\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \quad \frac{5}{6} : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

- Колика је вредност бројевног израза $(1 - 2 \cdot 1,5) \cdot (-2,2)$?



- Израчунајте вредност израза

$$-2 \cdot \left(-\frac{1}{2} - 0,75 : \frac{3}{2}\right)$$

- Израчунајте вредност израза

$$1,6 - \left|4 - \frac{16}{3}\right|$$

- Две шипке, чија је дужина 45 dm и 75 dm треба исећи на највеће могуће делове истих дужина.

- Колика је дужина сваког дела?
- Колико ће се делова укупно добити?

Не заборавите!

- Скуп рационалних бројева садржи све врсте бројева које смо до сада учили.
- Рационални бројеви су позитивни и негативни разломци.
- Рационални бројеви могу се записати у облику позитивних и негативних децималних бројева.
- Цели бројеви припадају скупу рационалних бројева, јер се могу записати као разломци са имениоцем једнаким 1.
- Када рачунате вредност бројевног израза који садржи бројеве записане у различитом облику, пре извођења рачунске операције потребно је бројеве записати у истом облику.
- Важно је подсетити се да се прво рачунају изрази који су издвојени заградама. Затим се рачунају множења и дељења у изразу, а на крају сабирања и одузимања.

Примените оно што сте научили

Одаберите прехранбене производе које најчешће купујете. Поредите цене сличних производа у различитим продавницама и на основу тога одлучите која од продавница Вам је најповољнија за куповину. Образложите свој избор.

1.4. ПРИМЕНЕ

(преорука 20 часова)

Аритметичка средина је средња вредност низа бројева. Рачуна се тако што се саберу сви бројеви и збир подели са бројем сабирака. На пример, аритметичка средина бројева 9, 12, 24 и 19 рачуна се изразом

$$(9 + 12 + 24 + 19) : 4 = 16$$

- Израчунајте средњу оцену из математике свих полазника. Да ли на основу ове средње оцене можете закључити да су резултати учења математике у вашем разреду задовољавајући?
- У приручнику за географију пише да је у Србији просечна густина насељености 108 становника по km^2 . Како се рачуна овај податак?

Размера је однос између дужине на слици и стварне дужине.

- Географска карта рађена је у размери 1:10000. Два места удаљена су у природи 16 километара. Колико је њихово растојање на карти?

Проценат је стоти део једног целог и означава се са %.

На пример, $43\% = \frac{43}{100} = 0,43$.

- Петар је уложио 100 евра у банку која даје камату 5% на уложена средства на годишњем нивоу. Колико новца ће имати Петар на рачуну после годину дана?
- Сва роба у продавници је на снижењу од 40%. Колико сада кошта јакна, ако је њена цена пре снижења била 3600 динара?



- Како тумачите информацију у медијима да је данас просечан животни век мушкараца 75 година?

- А шта значи информација да је просечан животни век мушкараца у последњих двадесет година продужен за 5%?
- Познато је да је 1999. године на Земљи било приближно 6 милијарди људи и да се светска популација увећава за 1,3% годишње. Колико становника ће бити на земљи 2020. године?
- Размера се може записати разломком ако се знак дељења (:) замени разломачком цртом. Објасните речима овај закључак.

Упутство за наставника

Објасните полазницима како да пореде скупове података на основу њихових средњих вредности.

Задати полазнику да нацрта у размери план свога стана на листу папира формата А4.

Коментаришите податке у средствима јавног информисања -

у Вашем граду живи ...% особа старијих од 65 година, на последњим парламентарним изборима партија ... је добила ...% гласова, ...% Рома је неписмено.

на распродаји су цене мање од 20% до 50%.

Једноставни *реални проблеми* могу се решавати помоћу одговарајућих математичких израза.

- Мама је направила питу и исекла је на 18 једнаких комада. Син је појео 4, мама 2, а тата 3 комада. Изразите разломком који део пите је остао. Колико је то процената од целе пите?
- За колико треба увећати сваку страницу квадрата да би се његов обим увећао за 12 *cm* ?
- У приручнику за биологију пише да је број становника на Земљи почетком двадесетог века био приближно 1,5 милијарди и да се од тада светско становништво учетворостручило. Колико данас има приближно становника на Земљи?

Некада је довољно проценити *приближну вредност* неке величине или израза да би се решио проблем.

- Изрази приближну вредност броја $\frac{1}{3}$ децималним бројем.
- Која од наведених дужина: 9,01m 9,7m 9,99m 10,02m 10,1m је најближа дужини од 10m?
- Који износ ће Вам бити наплаћен на каси, ако Ваш рачун износи 389,56 динара?
- Која од наведених димензија је најближа висини врата у учионици: 1 метар, 2 метра, 4 метра, 6 метара ?
- Да бисте знали да ли имате довољно новца, како ћете пре него што дођете до касе у продавници, брзо проценити колико приближно износи Ваш рачун:
 $251 + 398 + 105$?
- Једна трећина литра сока најприближније износи:
3,1dl 3,2dl 3,3dl 3,4dl .

Заокружите тачан одговор.



- Ако два радника ископају два метра канала за два дана, колико је радника потребно да би 5 метара канала било ископано за 5 дана?

- Марко је купио 6 фломастера. Сваки фломастер кошта 78 динара. Ако Марко има само новчанице од 200 динара, колико му је таквих новчаница потребно да плати фломастере?

Упутство за наставника

Полазници треба да на часу опишу различите животне ситуације у којима мисле да је требало применити неко математичко знање. На пример, може се анализирати рачун за струју и проучити могућности за смањење потрошње, а тиме и трошка.

У различитим ситуацијама из свакодневног живота врши се процена:

тежине предмета или бића најближим целим бројем килограма, и поређење са тежином другог предмета или бића;

времена до поласка на пут;

мерања коришћењем целих бројева који су најближи величинама у датом проблему.

Користити и калкулатор за израчунавања.

Проверите шта сте научили

- Право на рад гарантује ограничено радно време од 40 часова недељно. Колико је просечно дневно радно време?
- Земљорадник окопа $\frac{2}{5}$ свог винограда за 8 сати. За колико сати ће окопати половину винограда?
- Израчунајте колико боје је потребно да се окречи учионица.
- Марко је сакупљао старе акумулаторе и када је накупио 600 kg, рекли су му да 15% акумулатора чини пластика, а остало је олово. Колико он има олова да прода?
- Брат и сестра су имали исти број бомбона. Брат је сестри дао 4 бомбоне и колико сада сестра има више бомбона од брата?



- Када истиче дозвола јавног паркирања ако су у петнаест минута до осам увече уплаћена два сата паркирања, а паркирање се плаћа од 7 до 21 час?
- Милан треба да направи 29 копија једне радне свеске, која има 64 странице. Колико паковања папира од по 100 листа му је потребно тако да има довољно папира за копирање, а да му остане најмање неискоришћеног папира?
- Ако хамбургер има 393, виршла 292, јогурт 214 и кекс 119 килокалорија, које две намирнице дају приближно 600 килокалорија?
- Кошуља, чија је цена 1200 динара, поскупела је 10%. После месец дана иста кошуља је појефтинила 10%. Колика је нова цена кошуље?
- У материјалу за хемију пише да супстанца у чврстом агрегатном стању има око 20% већу густину него када је у течном агрегатном стању, док је густина течности око 800 пута већа од густине исте супстанце у гасовитом агрегатном стању. Ако је густина аргона у течном стању $1,4g/cm^3$, израчунајте колика је приближно његова густина у чврстом и гасовитом стању.

Не заборавите!

- Аритметичка средина више бројева (без обзира у ком облику су они дати) рачуна се тако што се бројеви саберу и збир подели бројем сабирака.
- Када вам је дата нека слика (план, карта) у размери 1: n , стварне димензије фигуре на слици добићете тако што сваку димензију са слике помножите са n .
- Проценат представља број подељен са 100. Означава се са %

$$a\% = \frac{a}{100}$$

Примените оно што сте научили

Објасните како ћете при зидању куће користити план објекта.

Израчунајте колико новца сте уштедели куповином више предмета на распродаји?
Користите калкулатор.

Одлучили сте да у једној радњи у којој је распродаја потрошите до 5.000 динара. Процените које предмете можете да купите да укупан трошак буде најближи суми коју сте решили да потрошите.

ТЕМА 2: ГЕОМЕТРИЈА У РАВНИ

Исходи за крај основног образовања

По завршетку основног образовања полазник/ца ће умети да:

- препозна дуж, полуправу, праву, раван и угао у реалним ситуацијама;
- разликује неке врсте углова и дефинише јединицу за мерење угла степен;
- уочи моделе троугла у реалним ситуацијама и уме да их нацрта; разликује основне врсте троуглова, идентификује основне елементе и израчуна обим и површину троугла;
- уочи моделе квадрата и правоугаоника у реалним ситуацијама и уме да их нацрта; уме да дефинише њихова својства и да им израчуна обим и површину;
- препозна круг и његове основне елементе, уме да га нацрта, уочи моделе круга у реалним ситуацијама;
- уочи сличне фигуре;
- уочи подударне фигуре;
- уочи осно симетричне фигуре.

Веза са другим предметима

Географија - Објаснити зашто хоризонт није пример праве или морска пучина пример равни

Физика - правац, смер, стрма раван

Биологија - сличност, подударност, симетрија у природи

Матерњи језик - читање математичких записа



Уџбеници и збирке задатака из математике од 5. до 8. разреда основне школе

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/geometry/math-GEOMETRY.htm>

<http://www.ixl.com/?gclid=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



- дуж
крајеви
- полуправа
почетак
- права
паралелне,
нормалне
- линија
права, крива,
отворена, затворена,
изломљена
- раван
- област
- круг
кружна линија
центар
полупречник
- угао
централни угао
круга
јединица мере
степен
оштар, прав, туп,
опружен, испупчен,
пун
- троугао
теме
страница
разностранични,
једнакокраки,
једнакостранични
угао
оштроугли,
правоугли,
тупоугли
- четвороугао
квадрат, правоугаоник
паралелограм, трапез
- многоугао
обим, површина
- фигуре
сличне,
подударне,
осносиметричне

(препорука 10 часова)

Дуж је део праве између две тачке које представљају крајеве дужи. Дуж има коначну дужину.

Diagram illustrating a linear molecule structure with two adjacent segments, A and B, enclosed in brackets. The entire structure is labeled with a subscript p .

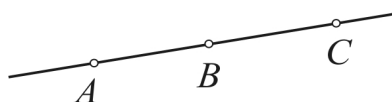
- Када дуж на једном крају бесконачно продужимо добијамо *полуправу*. Полуправа има само почетну тачку и бесконачно је дугачка

-----[----- p

A

- а) колико дужи одређују
тачке А, В и С,

- б) колико има полуправих
чији је почетак тачка А?



Ако почетак дужи бесконачно померимо у лево а крај дужи у десно, добијамо *праву*. Она нема ни почетак ни крај и бесконачне је дужине.

----- p

- Да ли у природи можете уочити нешто што би могло послужити као модел праве?

Раван је равна површина налик горњој плочи стола. Нема дебљину и продужава се бесконачно у свим правцима.

- Да ли у природи можете уочити нешто што би могло послужити као модел равни?



- Зашто не можемо уочити у окружењу праву, полуправу, раван?

- Колико димензија има права, а колико раван?

Посматрати различите
објекте у окружењу и на
њима препознати
наведене скупове тачака.

Указати полазницима на
бесконачност неких
скупова тачака, због чега
се они не могу видети у
реалности. Ми их
можемо само замислити.

Као модел праве може се узети линија на хоризонту, која раздваја земљу или море од неба, или трачнице железничких шина.

Питајте полазнике да ли су већ негде користили појмове полуправа и права. Подсетите их на појмове бројевна полуправа и бројевна права, које су користили за разумевање уређења различитих скупова бројева.

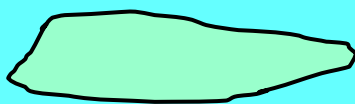
Као вернији пример
равни може се узети
површина мора на
пучини, или војвођанска
равница.

Коришћењем знања
полазника из географије
објаснити да хоризонт у
ствари није права, нити
је морска пучина раван
јер је Земља је округла.
Ово су само привиди
математичких појмова.

Линија има само једну димензију, дужину. Може бити права, крива, изломљена, отворена и затворена.

- Уочите у окружењу линије и за сваку реците које је врсте.
- Нацртајте за сваку врсту линије по један пример.
- Опишите речима шта је заједничко за све ове линије, а у чему се оне разликују.

Област је део равни оивичен линијом.



- Канапом причвршћеним у једној тачки, за чији је други крај везана оловка, описати линију на папиру.

Да ли је ова линија права, крива или изломљена?

Да ли је ова линија отворена или затворена?

Шта је заједничка особина свих тачака нацртане линије?

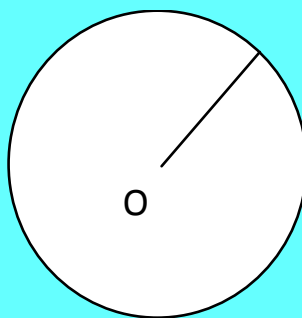
Затворена крива линија коју сте нацртали назива се **кружница**. Кажемо да је кружница скуп тачака у равни које су подједнако удаљене од једне сталне тачке.

Круг је део равни оивичен кружницом.

Стална тачка (О) назива се **центар** круга.

Дуж која спаја било коју тачку на кружници са центром назива се **полупречник** круга.

Пречник круга је дуж која пролази кроз центар круга и спаја две тачке на кружници.



- Нацртајте на горњој слици један полупречник и један пречник.
- Од чега зависи величина и положај круга у равни?



- Да ли затворена линија може бити права?
- Да ли отворена и затворена линија могу бити криве или изломљене? Ако је одговор потврдан, нацртајте две такве линије.
- Колико полупречника круга садржи тачку А која припада области круга?
- Какав положај може права имати у односу на круг. Нацртајте све могуће ситуације.

Упутство за наставника

Посматрати различите објекте у окружењу и на њима препознати наведене скупове тачака.

Укажите полазницима да и отворена и затворена линија могу бити или криве или изломљене.

Скренути пажњу полазницима да је кружница затворена крива линија, а круг област у равни оивичена овом линијом.

Не наводећи назив, дајте полазницима идеју о многоуглу као области у равни која је оивичена затвореном изломљеном линијом. Нагласите да ће о томе бити више речи ускоро.

2.2. УГАО

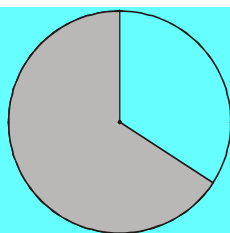
(препорука 10 часова)

Угао је величина за коју треба обрнути једну полуправу до поклапања са другом око заједничког почетка.

Заједнички почетак је *теме* угла, а полуправе су *краци* угла. Област угла је део равни између крака.

- Уочите углове у окружењу и реците у чему се они разликују.

Централни угао круга је угао чији краци су полупречници, а теме је центар круга.



- Који од два угла представљена на слици је централни угао круга?

Јединица мере за угао је *степен* (1°). То је 360-ти део пуног угла (круга).

Пун угао је угао за који треба обрнути полупречник круга да би дошао у почетни положај.

- Колико степени је мера угла чији краци припадају једној правој? Такав угао назива се *опружен угао*.
- Колико степени је мера угла који образују велика и мала казаљка сата у: 13 часова, 15 часова, 17 часова и 18 часова?
- Из географије учите да је Земља подељена на 24 часовне зоне. Зашто свака часовна зона захвата по 15° ?



- На колико начина се може једна полуправа довести до поклапања са другом полуправом са којом има заједнички почетак?
- Шта разликује углове који су добијени оваквим различитим начинима обртања једне полуправе до поклапања са другом? Колики је њихов збир?
- У чему се разликују област угла и круг?

Упутство за наставника

Користити сат и његове казаљке за илустрацију појмова теме, краци и област угла.

Указати да краци образују два угла, и да се избором области дефинише угао (на слици сива и бела област између крака).

Поређењем круга и области угла истаћи да је круг затворена област, јер је оивичена затвореном кривом линијом, а област угла је отворена област, јер је оивичена изломљеном линијом која се састоји од две полуправе (које су бесконачне).

Користити сат и његове казаљке за објашњење појма централног угла круга, као и за објашњење јединице мере угла.

Указати да је мера угла позитиван број ако до поклапања долази обртањем једног крака у смеру супротном од казаљке на сату, а да је то негативан број ако се обртање врши у смеру казаљке на сату (подсетити да смо негативне бројеве увели управо због потребе разликовања смера).

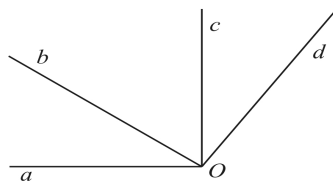
Мера правог угла је 90° .

Оштар угао је мањи од правог угла (између 0° и 90°).

Туп угао је већи од правог и мањи од опруженог угла (између 90° и 180°).

- Какав угао образују казаљке на часовнику када је 4 сата?

- Колико има углова на слици и које су врсте?
Уредите их по величини.



Паралелне праве су оне које припадају истој равни и никада се не секу, без обзира на то колико их продужавамо.

Нормалне праве су оне које се секу под правим углом.

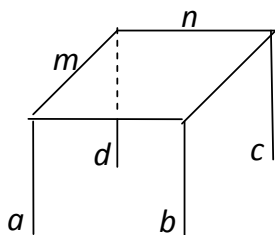
- Да ли у окружењу можете уочити нешто што би могло послужити као модел паралелних правих?

- На слици је нацртана столица.

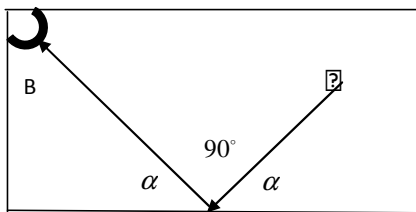
Које су дужи међусобно паралелне?

Које су дужи међусобно нормалне?

Које дужи припадају равни седишта столице?



- Лоптица се налази у тачки А на билијарском столу. Под којим углом α је треба ударити да би упала у рупу означену са В?



- Шта се добија надовезивањем два права угла?
- А шта се добија надовезивањем четири права угла?

- Од чега зависи дужина Ваше сенке при сунчаном времену?
- Да ли нормалне праве увек припадају истој равни?
- Да ли могу праве које нису паралелне да се не секу?
Уочите их на слици столице.

Упутство за наставника

Свако од полазника може од картона да направи часовник са казаљкама или донесе стари часовник. Помоћу овог модела објаснити појам и врсте углова на основу положаја казаљки. Може се додати и трећа казаљка, секундара, како би се објаснило сабирање углова, комплементни и суплементни углови.

Поставити казаљке сата на различита времена и тражити од полазника да именују врсту угла који казаљке заклапају.

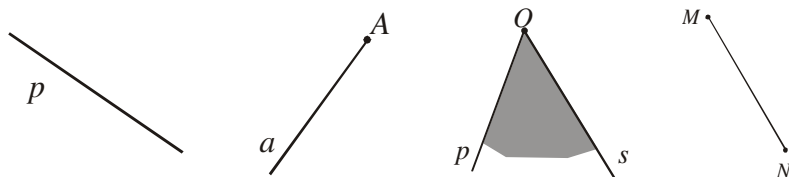
За препознавање узајамног положаја правих уочити односе ивица прозора, стола, зида,..., и других објеката у окружењу (железничке шине).

Помоћу две оловке и свеске показати да две праве не морају увек припадати истој равни, већ могу да се мимоилазе у простору (путање авиона који лете на различитим висинама).

Али, подвући да ако се праве секу, онда оне увек припадају истој равни, па је угао фигура у равни.

Проверите шта сте научили

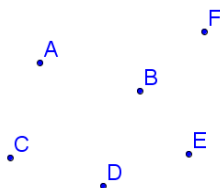
- Именујте фигуре на сликама



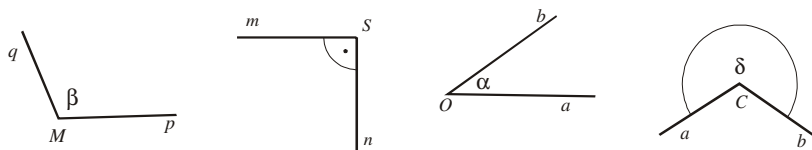
- Дате су тачке A, B, C, D, E и F.

Нацртајте:

дуж AB,
полуправу са почетком у тачки C,
праву кроз тачке D и E,
угао FBE.



- У које доба дана казаљке часовника образују прав угао, а у које опружен?
- Одредите врсте углова на слици и уредите их од најмањег до највећег.



- Ако на саобраћајном знаку стоји да је нагиб пута 7%, колики је то успон (изражен у степенима)?

Колики би био успон када би на саобраћајном знаку стајао нагиб од 100%?

- Две паралелне праве су пресечене трећом правом под углом од 40° . Уочите све углове које ове три праве образују, именујте их и одредите величине тих углова.
- Израчунајте за који угао се помера казаљка секундара на часовнику?

Не заборавите!

- Угао је део равни оивичен са две полуправе које имају заједнички почетак. Полуправе су краци угла, а њихов заједнички почетак је теме угла.
- Мера за угао је степен. То је величина централног угла круга који се добија када се круг подели на 360 једнаких углова.
- Према величини угао α може бити
оштар, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$,
прав, $\alpha = 90^\circ$,
туп, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,
опружен, $\alpha = 180^\circ$
испупчен,
 $180^\circ < \alpha < 360^\circ$
пун, $\alpha = 360^\circ$.
- Паралелне праве су праве које припадају једној равни и никада се не секу.
- Нормалне праве су оне које се секу под правим углом.

Примените оно што сте научили

Објасните како Вам при градњи куће помаже стечено знање о угловима.

Под којим углом се постављају зидови куће у односу на подлогу?

Ако је кров на две воде, да ли ћете изабрати да угао између страна крова буде оштар, прав или туп? Од чега зависи Ваш избор?

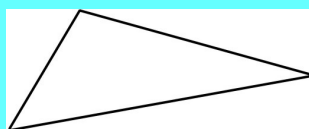
2.3. ТРОУГАО

(препорака 28 часова)

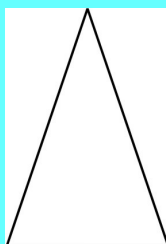
- Који облици саобраћајних знакова постоје и који облик одговара којој намени знака?

Троугао је фигура у равни оивичена са три дужи. Дужи су странице, а њихови заједнички крајеви су темена троугла.

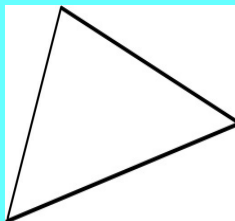
Троугао коме су све странице различите назива се *разностранични*.



Троугао коме су две странице једнаке назива се *једнакокраки*. Једнаке странице су краци, а трећа страница је основица једнакокраког троугла.



Троугао коме су све три странице једнаке назива се *једнакостранични*.



- Профил крова куће је обично једнакокраки троугао. Наведите у окружењу још неке примере различитих врста троуглова.
- Основа крова је квадрат димензије $10m$. Да ли можемо за израду кровне конструкције користити греде дужине $5m$?
- Краћи је пут ако од места А идемо праволинијски у место С, него ако идемо преко места В које није на овом путу. Ако места сматрамо теменима троугла, коју особину страница троугла можемо формулисати на основу претходне реченице?



- Којом врстом линије је оивичен троугао?
- Да ли странице троугла могу бити произвољне дужине?
- Да ли може збир дужина две странице бити мањи од дужине треће странице? Образложите одговор.
- Да ли може разлика дужина две странице бити већа од дужине треће странице? Образложите одговор.

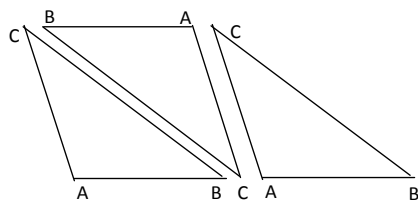
Упутство за наставника

Саобраћајни знаци су различитог облика:
круг = забрана,
троугао=упозорење,
правоугаоник=обавештење

Помоћу зидарског метра (састављеног од једнаких дужи) правити различите троуглове тако што ће дужине две странице бити непромењене, а мењаће се угао међу њима; уочити промену дужине треће странице.

Помоћу претходног модела показати особину да је збир дужина две странице увек већи од дужине треће, а разлика дужина мања од дужине треће странице.

- Шта нам говори ова слика о збиру углова троугла?



Формулишите правило:

Збир углова у троуглу једнак је _____ степени.

- У троуглу ABC са горње слике уредите по величини, од дуже ка краћој, странице троугла и уредите од већег ка мањем углове троугла. Шта можете да закључите о односу између страница и углова троугла?

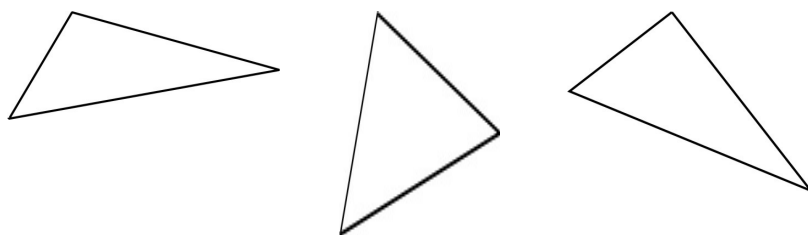
Према величини углова троуглови се деле на:

оштроугле - они који имају све углове оштре (мање од 90°),

правоугле - они који имају један прав угао (једнак 90°),

тупоугле - они који имају један туп угао (већи од 90°).

- Одредите које су врсте троуглови на слици.



- У троуглу ABC угао у темену A једнак је 85° , а угао у темену B једнак је 17° .

Колики је угао у темену C?

Какав је дати троугао према величини углова?

Поређајте странице датог троугла по величини.

Какав је троугао ABC према величини страница?



- Да ли може тупоугли троугао да има два угла тупа? Образложите одговор.

- Да ли може тупоугли троугао да има један прав угао? Образложите одговор.

Упутство за наставника

Полазник треба да исече од картона три идентична модела произвољног троугла. Слагањем ових троуглова на начин приказан на слици, треба да закључи да је збир углова троугла једнак опруженом углу, тј. 180° .

Модел троугла који се прави помоћу зидарског метра користити да се објасни особина троугла да се наспрам веће странице налази већи угао.

Овим моделом се може показати и да троугао не може имати више од једног или правог или тупог угла, тј. да два угла троугла морају бити оштра.

Показати то и рачуном.

Подударни троуглови су они који се могу постављањем у одговарајући положај довести до поклапања.

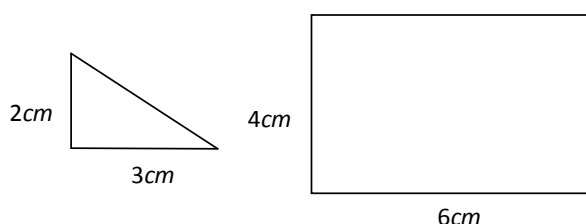
- Уочите у окружењу подударне троуглове. Какве су странице и углови подударних троуглова?
- Исеците лист хартије из свеске по дијагонали (дуж која спаја два несуседна темена) и покажите да се увек добијају подударни правоугли троуглови.

Обим троугла једнак је збиру дужина његових страница.

- Израчунајте обим једнакостраничног троугла коме је дужина странице 5 метара.
- У једнакокром троуглу дужина основице је 8 метара, а дужина крака је 5 метара. Израчунајте обим овог троугла.
- Користећи претходни модел правоугаоника и од њега направљена два подударна троугла, закључите како се може израчунати површина правоуглог троугла. Искжите правило.

Површина правоуглог троугла једнака је _____ .

- Какви су обими и површине подударних троуглова?
- На слици су представљени правоугли троугао и правоугаоник. Колико је најмање оваквих троуглова потребно да би се потпуно прекрила површина правоугаоника? Израчунајте површине троугла и правоугаоника.



- У једнакокром троуглу угао насупрам основице има меру 90° , а крак има дужину 6 cm. Израчунајте површину троугла.



- Да ли су сви једнакостранични троуглови међусобно подударни? Образложите одговор.

- Ако је одговор на претходно питање негативан, шта треба да задовољавају, па да буду подударни?

Упутство за наставника

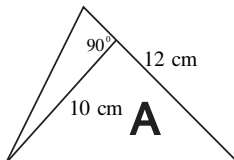
Уопштите формулацију подударности и на произвољне фигуре. Скрените пажњу да кројачи кроје два подударна рукава, обућари подударне горње делове обуће,

Опет може корисно да послужи зидарски метар да би се објаснило како се израчунава обим троугла који се направи помоћу овог метра.

Површина P троугла једнака је половини производа дужине a било које странице троугла и дужине h висине која одговара тој страници, $P = \frac{1}{2} a \cdot h$

Висина је дуж која је нормална на страницу и полази из темена троугла наспрамног тој страници.

- Израчунајте површину троугла А



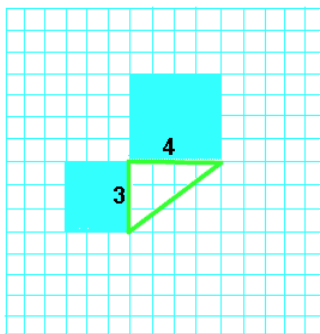
Питагорина теорема: Површина квадрата над хипотенузом правоуглог троугла једнака је збиру површина квадрата над катетама.

Странице на крацима правог угла правоуглог троугла називају се катете, а страница наспрам правог угла назива се хипотенуза.

- Запишите математичким изразом тврђење Питагорине теореме.
- Да ли у неком правоуглом троуглу дужина хипотенузе може бити мања од дужине катете? Образложите одговор.

- Проверите тврђење Питагорине теореме помоћу слике.

Површину квадрата одредите као број малих квадратића који представљају јединицу површине.



- Ако су мердевине дугачке $1,3m$ и хоћете помоћу њих да се попнете на висину од $1,2m$, колико треба да размакнете доњи крај мердевина?
- Олујни ветар је поломио бандеру на висини 6 метара од тла тако да је врх поломљеног дела удаљен од подножја бандере 8 метара. Колико је бандера била висока?
- Колика је површина једра облика правоуглог троугла, код кога је једна катета дужине $5m$, а хипотенуза је дужине $13m$?
- Дужине странице троугла су $8cm$, $12cm$ и $6cm$. Израчунајте површину овог троугла.

Упутство за наставника

Полазник треба да исече од картона две копије произвољног троугла. Поделити обе копије на исти начин на два троугла сечењем по висини која одговара најдужој страници. Од четири добијена правоугла троугла треба саставити правоугаоник. Полазник треба да закључи на основу површине добијеног правоугаоника чему је једнака површина произвољног троугла.

На папиру са квадратићима полазници треба да исеку квадрате странице 3 и 4 квадратића (квадрати на слици обојени плаво). Сваки од ових квадрата треба исећи на мале квадратиће, дужине једног подеока, и од свих њих сложити квадрат над хипотенузом правоуглог троугла на слици.

Друга група полазника може да понови то исто са троуглом чије су катете дужине 5 и 12 квадратића.

Проверите шта сте научили

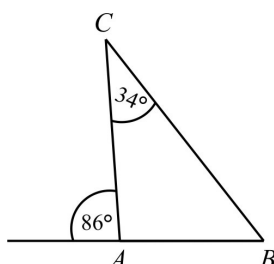
• Да ли могу наведени бројеви да представљају дужине страница неког троугла а) 1, 2, 3; б) 6, 8, 15, в) 5, 7, 9 ?

• У троуглу ABC угао у темену A једнак је 30° , а угао у темену B једнак је 50° . Која страница овог троугла је најдужа?

• Два угла троугла су $\alpha = 76^\circ$ и $\beta = 52^\circ$. Колики је трећи угао?

• Колики су углови једнакокраког троугла?

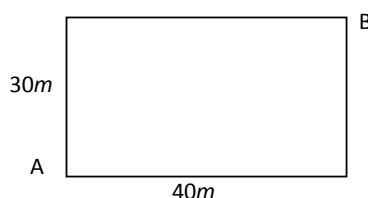
• Мере неких углова $\triangle ABC$ дате су на слици. Израчунајте углове троугла. Какав је тај троугао?



• Угао при врху једнакокраког троугла је осам пута већи од угла на основици. Колики су углови тог троугла?

• Колики је обим троугла чије су дужине катета 5cm и 12cm ?

• Игралиште је дугачко 40 метара и широко 30 метара. Израчунајте дужину најкраћег пута којим се стиже из тачке A у тачку B.



• Иван купује телевизор дијагонале екрана 82cm . У продавници је измерио да је висина екрана 40cm . Колика је ширина екрана? (Користити дигитрон за рачунање.)

• У једнакокраком троуглу угао наспрам основице једнак је 30° , а висина која одговара краку има дужину 3 cm. Израчунајте дужину крака.

Не заборавите!

• Троугао је фигура у равни оивичена затвореном изломљеном линијом која се састоји од три дужи. Ове дужи су странице, а њихови крајеви су темена троугла.

• Врсте троуглова према страницама су:

разностранични,
једнакокраки,
једнакостранични

• Врсте троуглова према угловима су

оштроугли,
правоугли,
тупоугли.

• Збир углова у сваком троуглу једнак је 180° .

• Подударни троуглови имају једнаке одговарајуће странице и углове.

• Обим троугла једнак је збиру дужина његових страница.

• Површина правоуглог троугла једнака је половини производа дужина катета.

• Питагорина теорема: Квадрат над хипотенузом једнак је збиру квадрата над катетама.

Примените оно што сте научили

Да ли сте негде у уређењу или изградњи куће или окућнице имали потребу да користите појам троугла, његове особине, обим и површину? Објасните где и како.

Немате при руци висак. Како бисте могли применом Питагорине теореме да проверите да ли је зид који сте назидали нормалан на подлогу?

Да ли сте уочили неки реалан проблем у коме Вам ово знање о троуглу није довољно?

2.4. ЧЕТВОРОУГАО

(преорука 10 часова)

Четвороугао је фигура у равни оивичена са четири дужи. Дужи су странице, а њихови крајеви темена четвороугла. Конвексан четвороугао има сва четири угла мања од 180° .

- Којом врстом линије је оивичен четвороугао?
- Исеците од папира произвољан конвексан четвороугао и поделите га дуж једне од дијагонала (дуж која спаја не суседна темена) на два троугла. Користећи знање о збиру углова у троуглу одговорите колики је збир углова у било ком четвороуглу. Формулишите правило.

Квадрат и правоугаоник су четвороугли којима су сва четири угла права. Наспрамне странице су им паралелне.

Код квадрата су све странице једнаке, а код правоугаоника су једнаке наспрамне странице.

- Да ли троугао има наспрамне странице и наспрамне углове?
- Како се рачуна обим квадрата, а како обим правоугаоника?

Површина P квадрата дужине странице a једнака је $P = a \cdot a$, а правоугаоника са дужинама страница a и b једнака је $P = a \cdot b$



Паралелограм је четвороугао коме су наспрамне странице паралелне.

Површина P паралелограма једнака је производу дужина странице a и висине h која одговара тој страници, $P = a \cdot h$.

- Да ли су квадрат и правоугаоник паралелограми? Образложите одговор.
- Исеците две копије произвољног троугла. Спојите их дуж једне од ивица тако да се добије паралелограм. Које његове особине учавате? Формулишите правило.
- Дијагонала (дуж која спаја наспрамна темена) дели паралелограм на два троугла. Какви су ови троуглови?

Трапез је четвороугао који има један пар паралелних страница, које се називају основицама трапеца.

Површина P трапеца једнака је производу половине збира дужина a и b основица трапеца и дужине h висине која одговара основицама, $P = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$

Упутство за наставника

Нацртајте и пример четвороугла који није конвексан.

Објасните појмове суседни и наспрамни (темена, странице, углови).

Подсетите полазнике на појам паралелних правих.

Помоћу модела паралелограма направљеног од два подударна троугла полазник треба да закључи да су код паралелограма једнаке наспрамне странице и наспрамни углови.

Полазници треба да направе од паралелограма правоугаоник исте дужине и висине, одсецањем правоуглог троугла и постављањем овог троугла на супротну страну. Знајући како се рачуна површина правоугаоника, закључити на основу нове слике како се рачуна површина паралелограма.

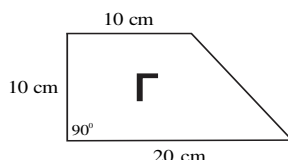
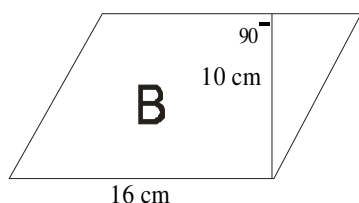
На сличан начин помоћу модела објаснити како се долази до наведене формуле за површину трапеца.

Проверите шта сте научили

- Обим квадрата је 80 cm . Колика је површина квадрата?
- Домаћица је од платна, дужине 15 dm и ширине 12 dm , направила кухињске крпе облика квадрата странице 3 dm . Колико је направила кухињских крпа?
- Обим правоугаоника је 80 cm . Ако је једна страница правоугаоника за 4 cm већа од друге, колике су странице тог правоугаоника?



- Колики су углови паралелограма ако је збир његова два угла 140° ?
- Потребно је окречити учионицу (димензије даје наставник). Колико ћемо утрошити боје ако се са 1 kg боје може окречити 6 m^2 ? Не рачунати врата и прозоре.
- Кров (двоводни) треба покрити црепом. Димензије једне стране крова су 7 m и 12 m . Ако се зна да се на 1 m^2 поставља 12 црепова, колико је потребно за цео кров?
- Потребно је сазидати зид од цигала висине 2 m и дужине 12 m . Ако су димензије једне цигле 25 cm , 12.5 cm и 6 cm колико нам је потребно цигала?
- Израчунајте обим и површину четвороуглова на слици:



Не заборавите!

- Четвороугао је фигура у равни оивичена затвореном изломљеном линијом која се састоји од четири дужи.
- Ове дужи су странице, а њихови крајеви су темена четвороугла.
- У конвексном четвороуглу су сви углови мањи од опруженог угла.
- Збир углова у произвољном конвексном четвороуглу је 360° .
- Паралелограм је конвексан четвороугао коме су наспрамне странице паралелне.
- Особине паралелограма:
 - наспрамне странице су једнаке,
 - наспрамни углови су једнаки,
 - збир суседних углова једнак је 180° .

Примените оно што сте научили

Реновирајте стан или кућу. Нацртајте план објекта и унесите димензије свих просторија. Израчунајте укупну површину објекта.

Ако се, на пример, при обрачуна трошкова терасе и помоћне просторије рачунају са 50% своје површине, за колико је умањена површина објекта када се рачуна на овај начин?

Израчунајте колико Вам је метара лајсни за паркет потребно за дневну собу.

Двоумите се између кречења зидова и постављања тапета. Израчунајте колико Вам је ролни тапета потребно за покривања зидова собе, а колико боје је потребно да купите уколико се одлучите за кречење. Водите рачуна да се површине које заузимају врата и прозори не покривају тапетама или боје.

Процените трошкове реновирања у различитим варијантама, како бисте изабрали најповољнију.



2.5. МНОГОУГАО И КРУГ

Многоугао је фигура у равни оивичена са три или више дужи. Дужи су странице, а њихови крајеви темена многоугла. Правилни многоугао има све странице и све углове једнаке.

- Уочите многоуглове у окружењу. Избројте странице и темена. Именујте их.
- Како се зове многоугао са двадесет страница?
- Запишите математички израз за израчунавање обима правилног многоугла који има n страница дужине a .
- Узмите различите предмете кружног облика (чашу, лонац, тањир и сл.). Канапом измерите обим круга и његов пречник (дуж која спаја две тачке на кружности и пролази кроз центар круга) и израчунајте количник ова два броја за сваки од предмета. Добићете да је тај количник увек приближно једнак 3.

Број π (грчко слово, чита се „пи“) је тачна вредност количника обима и пречника било ког круга.

Тај број се не може тачно записати са коначним бројем цифара. Његова приближна вредност је $\pi = 3,141592654 \dots$

- Колики је обим круга полупречника r ? Изразите га помоћу броја π .
- На атлетској стази атлетичари трче по кружним стазама различитих полупречника, те имају различите стартне позиције. Објасните зашто.
- Правилни многоугао може се уписати у круг (сва његова темена припадају кружности). Дељењем правилног многоугла који има n страница на n подударних троуглова чије су основице странице многоугла, а заједничко теме центар описаног круга око многоугла закључите како се може израчунати површина многоугла. Напишите математичку формулу за израчунавање површине правилног многоугла.
- Када увећавате број страница правилног многоугла, на шта вас подсећа добијена фигура?
- Како бисте израчунали површину круга помоћу збира површина кружних исечака? Користите идеју која је примењена у израчунавању површине правилног многоугла.

Упутство за наставника

Само напредни садржаји !

Указати да када се бесконачно увећава број страница правилни многоугао прелази у круг.

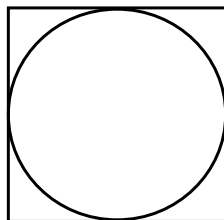
Указати полазницима да број π није рационалан (не може се написати као количник два цела броја). Појава оваквих бројева води ка увођењу ширег скупа бројева - реалних бројева. Сви рационални бројеви су и реални, али постоје реални бројеви који нису рационални, као на пример π или $\sqrt{2}$.

При извођењу израза за површину круга узети да је површина подударних кружних исечака приближно једнака површини једнакокраких троуглова правилног многоугла уписаног у круг, чији се број повећава а дужина основице смањује. Када се ови троуглови сложе у паралелограм, овај тежи правоугаонику када се број страница многоугла бесконачно увећава. Странице правоугаоника су полупречник круга r и половина обима круга $r\pi$.

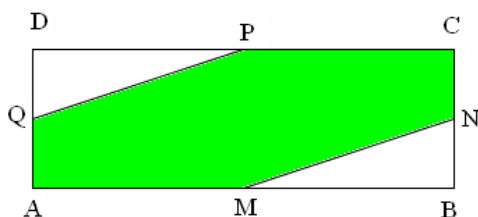
Проверите шта сте научили

- Именујте многоуглове који имају 3, 4, 7 и 10 страница. Нацртајте по један од сваког од њих.
- Да ли су квадрат и правоугаоник многоуглови? Који?
- Докажите да је збир углова у конвексном многоуглу који има n страница једнак $(n - 2) \cdot 180^\circ$.
Упутство: Нацртајте произвољан конвексан многоугао. Спајањем темена са произвољном тачком у унутрашњости многоугла, поделите многоугао на n троуглова. Укупан збир углова у тако насталих n троуглова је $n \cdot 180^\circ$. Збир углова ових троуглова у заједничком темену, који не чине углове многоугла, једнак је 360° . Дакле, овај збир треба одузети од укупног збира углова у многоуглу.
- Колико страница има конвексни многоугао коме је збир унутрашњих углова једнак 720° ?
- Како можете израчунати површину правилног многоугла поделом на подударне троуглове?
- Полупречник круга је 7 dm . Израчунајте обим и површину круга. Користите калкулатор.

- Бурек обима 90 cm треба спаковати у кутију. Колика је најмања димензија кутије квадратног облика у коју се може ставити бурек?



- Ако се зна да су странице правоугаоника 8 cm и 4 cm , а тачке М, N, Р и Q редом средине страница, израчунај површину обојеног дела.



Не заборавите!

- Многоугао је фигура у равни оивичена затвореном изломљеном линијом која се састоји од три или више дужи. Ове дужи су странице, а њихови крајеви су темена многоугла.
- Многоугао са 3 странице је троугао, 4 странице је четвороугао, 5 страница је петоугао,
- Правилни многоугао има све странице и све углове једнаке.
- Број π („пи“) је ознака за тачну вредност односа обима и пречника круга. Његова приближна вредност је $\pi \approx 3.141592654...$
- Обим круга полупречника r једнак је
$$O = 2r\pi$$
- Површина круга полупречника r једнака је
$$P = r \cdot r \cdot \pi = r^2\pi$$

Примените оно што сте научили

Какав је облик ћелије у пчелињем саћу? Ако је димензија једне ћелије саћа око 5 mm , колики је њен обим и колика површина?

Најновијим мерењима је утврђено да је пречник Земље $12.756,274$ километара. Колики је обим Земље? Где је она најшира?

Просечна удаљеност Месеца од Земље је 378195 km . Претпостављајући да се Месец креће око Земље по кружној орбити, колики пут пређе када обиђе целу орбиту?

2.6. СЛИЧНОСТ, ПОДУДАРНОСТ И СИМЕТРИЈА (препорука 10 часова)

Сличне фигуре су истог облика, а величине су им пропорционалне (у размери).

- Уочите сличне фигуре у окружењу.
- Да ли су међусобно слични:
сви једнакостранични троуглови,
сви квадрати,
сви правоугаоници,
сви кругови?

Подударне фигуре су оне које се могу постављањем у одговарајући положај довести до поклапања.

- Да ли су подударне фигуре увек сличне? Да ли важи и обрнуто?
- Да ли су сви квадрати међусобно подударни? А кругови?
- Које су особине подударних троуглова и четвороуглова?

*Фигура је **осно симетрична** када је једна њена половина одраз (као у огледалу) друге половине.*

- Колико оса симетрије има квадрат?
- Која велика слова азбуке су осно симетрична? Образложите одговор.
- Одредите осе симетрије дате дужи и угла.
- Уочите на симетричним фигурама парове симетричних тачака, дужи и углова и обележите их.



- Када ће правилни многоуглови са једнаким бројем страница бити подударни? А кругови?

- Од три подударна једнакостранична троугла састављен је трапез. Израчунајте дужину странице тог троугла ако је дужина средње линије трапеза 6 cm.
- Колико оса симетрије имају квадрат, правоугаоник, паралелограм? Нацртајте их.
- Да ли је човек осно симетричан?
- Колико оса симетрије има круг?
- Нацртајте један троугао и праву која га не сече. Конструирајте њему осно симетричан троугао.

Упутство за наставника

Поновите појам размере и шта то значи да је слика нацртана у размери.

Подсетите полазнике на дефиницију правилног многоугла. С обзиром да сви правилни многоуглови са истим бројем страница имају једнаке углове, они су међусобно слични. Подстакните полазнике да наведу као примере једнакостранични троугао и квадрат.

Наведите сликом полазнике на закључак да ће правилни многоуглови бити подударни ако имају једнаке странице.

Из тога треба да закључе да подударни многоуглови имају једнаке одговарајуће углове и странице.

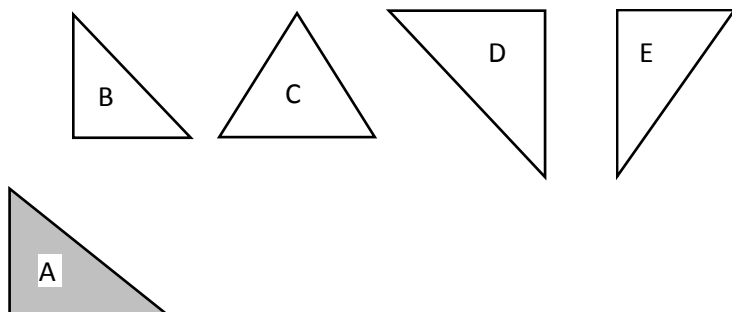
Реците полазницима да направе бојом симетричну мрљу на папиру савијањем листа папира. Објаснити зашто је мрља осно симетрична и шта је оса симетрије.

Проверите шта сте научили

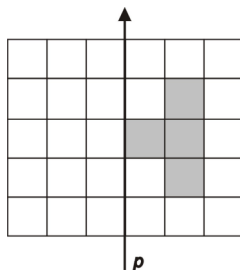
- Висина дрвета (или другог објекта) може се приближно одредити помоћу сличности троуглова. Ставите огледало на земљу између вас и дрвета. Означите линију која спаја подножје дрвета и огледало. Удаљавајте се од огледала у правцу те линије на супротну страну од дрвета, све док у огледалу не угледате врх дрвета.

Измерите растојање између дрвета и огледала и вас и огледала. То су дужине хоризонталних катета два слична, правоугла троугла. Ви и дрво представљате вертикалне катете, па однос Ваших висина мора бити једнак односу ваших растојања од огледала. Пошто знате своју висину, из мере можете израчунати висину дрвета.

- Који од троуглова B, C, D, E је подударан са троуглом A?



- Осенчите четири поља на слици тако да добијете фигуру симетричну у односу на праву p .



- Погледајте пажљиво снежну пахуљицу. Колико оса симетрије она има?

Не заборавите!

- Две подударне фигуре су и сличне, али две сличне фигуре не морају бити подударне.
- Два троугла су слична ако имају једнаке углове.
- Два троугла су подударна ако имају једнаке одговарајуће углове и странице.
- Сви квадрати су међусобно слични.
- Два квадрата су подударна ако имају једнаку страницу.
- Два правоугаоника су слична ако имају једнаке односе страница.
- Два правоугаоника су подударна ако имају једнаке одговарајуће странице.
- Сви кругови су међусобно слични.
- Два круга су подударна ако имају једнаке полупречнике
- Сваки једнакокраки и једнакостранични троугао, квадрат, правоугаоник и круг су осно симетричне фигуре.

Примените оно што сте научили

Решили сте да сашијете себи одело и у модном часопису нашли крој, али он не одговара Вашој величини.

Како ћете да прилагодите крој за панталоне вашим димензијама (сличност)?

Дат је крој само једног рукава. Како ћете искројити други рукав (подударност)?

На кроју је дата само десна половина леђа сакоа. Како искројити цела леђа (осна симетрија)?

ТЕМА 3: АЛГЕБРА И ФУНКЦИЈЕ

Исходи за крај основног образовања

По завршетку основног образовања полазник/ца ће умети да:

- израчуна степен датог броја;
- одреди положај тачке у првом квадранту координатног система ако су дате координате и обратно, и да то примени у једноставним реалним ситуацијама;
- одреди вредност функције дате табелом;
- реши линеарне једначине у којима се непозната појављује само у једном члану;
- користи једначине у једноставним текстуалним задацима.

Веза са другим предметима

Физика - Објаснити директну и обрнуту пропорционалност на примеру односа брзине, пређеног пута и времена.

Хемија - пропорција

Географија - план града, географска карта као примери координатног система у равни

Биологија - размножавање бактерија дељењем на двоје,...

Матерњи језик - читање математичких записа, проблемских задатака



Уџбеници и збирке задатака из математике од 5. до 8. разреда основне школе

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/math-ALGEBRA.htm>

<http://www.ixl.com/?gclid=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



- степен броја
- рачунске операције са степенима
- квадратни корен
- координатни систем координатне осе координате тачке
- функција директне пропорционалности
- функција обрнуте пропорционалности
- линеарна функција
- табела
- график
- линеарна једначина
- линеарна неједначина
- систем линеарних једначина
- решење

3.1. СТЕПЕН БРОЈА

(препорука 11 часова)

Степен броја је број који се добија множењем неког броја самим собом одређени број пута. Ако се број a множи самим собом n пута, то се записује као a^n .

Број a је основа, а број n је изложилац степена.

- Запишите краће $a + a + a + a + a$ и $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
- Који је то број који помножен самим собом даје 9?
- Колико је 2^3 ?
- Запишите у облику степена броја 10 декадне јединице 100 и 1000.
- У материјалу за хемију пише да је помоћу изотопа утврђено да је једна стена на Земљи стара $4 \cdot 10^9$ година. Запишите тај цео број. Колико је то миленијума?
- Из хемије учите да је дужина пречника атома приближно 10^{-8} cm . Запишите овај податак децималним бројем?

Јединица за дужину центиметар је стоти део од метра, што можемо да зашишемо на следећи начин

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$$



- Израчунајте изразе

$$2^3 \cdot 2, \quad 2^3 : 2, \quad 3 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^3, \quad 3 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^3$$

- Ако су дужине катета правоуглог троугла a и b , а дужина хипотенузе c , запишите математичким изразом Питагорину теорему.
- Реципрочна вредност броја записује се негативним изложиоцем. На пример, $\frac{1}{10} = 10^{-1}$. Запишите децималним бројем масу угљеника која износи $1,994 \cdot 10^{-23} \text{ g}$.

Квадратни корен датог броја је број који помножен самим собом даје дати број. На пример, квадрати корен $\sqrt{a}$ броја a , $a > 0$, је број који задовољава једнакост $a = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$.

- Колико је $\sqrt{9}$?
- Да ли можете да изразите у скупу рационалних бројева број који помножен самим собом даје број 2?

Упутство за наставника

За увођење појма степена користити већ научене јединице за површину и запремину:

Квадратни метар $= m^2$
 $=$ метар на степен 2
 $=$ метар $\cdot$ метар.

Кубни метар $= m^3$
 $=$ метар на степен 3
 $=$ метар $\cdot$ метар $\cdot$ метар.

Указати полазницима да се сваки природан број не може написати као производ два иста чиниоца, на пример бројеви 2, 8,...

Израчунати калкулатором квадратне корене неких целих бројева и одредити њихове приближне вредности. Коментарисати како грешка зависи од броја децимала којима је приближни број записан.

Указати да $\sqrt{2}$ није рационалан број, те ова рачунска операција уводи скуп реалних бројева који је шири од скупа рационалних бројева. Поново искористити модел скупова бројева, који су полазници направили, да се уочи однос скупа реалних и осталих скупова бројева који су раније обрађени.

Проверите шта сте научили

- Који природни бројеви од 1 до 100 су квадрати природних бројева?
- Прикажите број 3425 збиром у декадном бројном систему, при томе декадне јединице запишите у облику степена броја 10.
- Који од израза $3n$, $n + 3$, n^3 , $\frac{n}{3}$ једнак је изразу $n \cdot n \cdot n$ за све вредности броја n ?
- Пречник црвеног крвног зрнца је у центиметрима приближно једнак $8 \cdot 10^{-4}$. Изразите овај број у облику децималног броја.
- Човек има приближно 100.000.000.000.000 (сто хиљада милијарди ћелија). Запишите овај број као степен броја 10.



- Израчунајте вредности бројевних израза

$$5^4 \cdot 5^3, \quad 3^5 : 3^4, \quad 6^2 - 2^4, \quad (2^3)^4$$

$$(2 \cdot 3)^4 : 6^2 \quad \frac{3^5 \cdot (3^2)^2}{3^7} \quad (-4)^9 : (-4)^5$$

- Једна врста бактерија размножава се дељењем на двоје, тако да се дељење врши сваког сата. Колико ће се потомака развити од једне бактерије после 4 сата?
- Израчунајте помоћу калкулатора $\sqrt{2}$. Да ли можете да одредите његову тачну вредност? Образложите одговор.
- Између којих целих бројева се налази број $\sqrt{3}$? Изразите приближну вредност броја $\sqrt{3}$ децималним бројем.
- Израчунајте помоћу калкулатора $\sqrt{11}$. Који од децималних бројева 3,31 или 3,32 је ближи израчунатом броју?
- Колико је $\sqrt{72} - \sqrt{8}$?

Не заборавите!

- Операција степеновања је замена за множење истих бројева.
- Основне операције са степенима:

$$p \cdot a^m \pm q \cdot a^m = (p \pm q) \cdot a^m$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^0 = 1 \quad \text{за свако} \quad a \neq 0$$

$$a^{-m} = a^{0-m} = a^0 \div a^m = \frac{1}{a^m}$$

- Квадратни корен је операција супротна степеновању бројем 2, тј. множењу броја самим собом.
- Квадратни корен рационалног броја није увек рационалан број.

Примените оно што сте научили

Ради набавке потребног материјала за асфалтирања пута потребно је да израчунате површину пута дугачког, на пример, 47km и широког 6m . Како бисте то најлакше могли да израчунате?

Желите да направите у башти ружичњаке квадратног и округлог облика одређене површине. Како ћете да одредите димензије ружичњака на основу онога што сте научили о рачунским операцијама степеновање и кореновање бројева?

3.2. НЕКЕ ОСНОВНЕ ФУНКЦИЈЕ

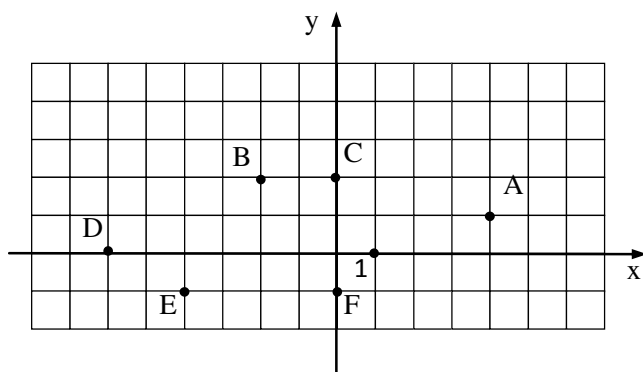
(препорака 20 часова)

Координатни систем служи за одређивање положаја тачке у равни.

Одређен је са две нормалне бројевне праве (*координатне осе*) које се секу у тачки $(0,0)$ (*координатни почетак*).

Координате тачке (p, q) су два броја који одређују положај тачке у координатном систему. Број p , који одговара положају на хоризонталној оси, пише се пре броја q , који одговара положају на вертикалној оси.

- Уређен пар бројева $(4,1)$ зовемо координатама тачке А у координатном систему на слици, што записујемо $A(4,1)$. Запишите координате тачака В, С, D, Е и F са слике.



- Одредите у координатном систему на слици тачку $G(3,-1)$.
- У плану града пише да се улица X налази на позицији C5 на карти. Пронађите тражену улицу.
- Позиција географских елемената (планине, реке, језера, насеља) на Земљи одређена је географском ширином и географском дужином. Пронађите на карти и запишите географске координате Вашег места.



- Која је друга координата тачака које припадају координатној оси x , а која је прва координата тачака које припадају координатној оси y ? Образложите одговоре.

- Какви су бројеви који представљају прве координате тачака које су симетричне у односу на осу y ?
- У координатном систему је нацртан квадрат и означене су координате три његова темена: $A(-2,3)$, $B(5,3)$ и $D(-2,-4)$. Које су координате четвртог темена С?

Упутство за наставника

Подсетите полазника да за упоређивање бројева користимо бројевну праву тако што поредимо узајамни положај тачака бројевне праве који су придружени бројевима.

Илуструјте зашто положај тачке у равни не може бити једнозначно одређен једним бројем.

На пример, седиште у биоскопу је на биоскопској карти одређено са три податка: леви или десни део сале, ред и број седишта у реду. Ако замишљени координатни систем поставимо тако да је биоскопско платно дуж осе x , онда седишта у десном делу сале имају негативну прву координату. Апсолутна вредност прве координате означава број седишта, а друга координата означава број реда:

пето седиште у трећем реду лево је

$$x = 5, \quad y = 3,$$

осмо седиште у 4 реду десно је $x = -8, y = 4$).

Примери координатних система у равни су и шаховска табла, план града, географска карта,...

Пропорција је једнакост две размере.

На пример, ако 1 оловка кошта 20 динара, цену коштања произвољног броја оловака можемо добити множењем броја оловака са ценом коштања једне

број оловака (x)	1	2	3	4	5
цена у динарима (y)	20	40	60	80	100

Математички израз којим се представља функција директне пропорционалности је $y = k \cdot x$. У овом случају је $k = 20$.

- Ако човек у 8 корака пређе растојање од 6m, у колико корака ће прећи растојање од 12, 18 и 24 метара?

Прикажите резултате израчунавања табелом.

Представите функцијом директне пропорционалности зависност растојања које човек пређе од броја његових корака.

У колико корака ће човек прећи растојање од 42 m?

Нацртајте у координатном систему тачке чије су координате одређене паровима (x , y) из табеле. Спојте суседне тачке. Шта сте добили?

Проверите са графика да ли сте тачно израчунали колико корака човек треба да учини да би прешао растојање од 42m.

- Колика је дужина корака човека у претходном примеру?



- Однос маса кречњака и глине у цементу је 3 : 1. Представити табелом масе кречњака и глине које су садржане у 2, 4, 6, 8, 10 и 12 kg цемента.

- Ако је један корак човека краћи него у горе наведеном примеру (на пример 0,5m), биће му потребно више корака да пређе исто растојање.

Дакле, одређено растојање човек прелази са мањим бројем већих корака, или са већим бројем мањих корака. Кажемо да су број и дужина корака обрнуто пропорционални.

Математички израз којим се представља функција обрнуте пропорционалности је $y = k/x$.

- Брзина v се рачуна као пређени пут s у времену t , $v = \frac{s}{t}$.

Које од наведених физичких величина су директно, а које обрнуто пропорционалне?

- Шта је график функције директне пропорционалности?
- Како бисте формулом записали реченицу да је број y за 8 мањи од двоструке вредности неког броја x ?

Упутство за наставника

Подсетите полазника на појам размере.

Када се иста размера примењује на различите бројеве, добијају се различите вредности. Правило које одређује зависност између скупа изабраних бројева и израчунатих вредности назива се функција.

Директна и обрнута пропорционалност су два примера функције.

Указати да функционална зависност може бити дата на различите начине.

Ако је дата изразом

$$y = k \cdot x + m$$

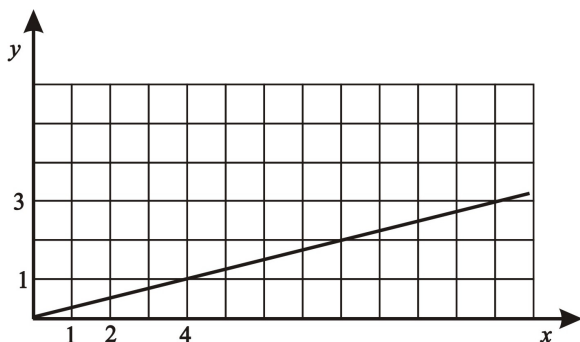
функција је линеарна.

Функција директне пропорционалности је линеарна функција са коефицијентом $m = 0$. Вежбати уочавање функционалне зависности међу скуповима бројева и записивање математичког израза за функцију. Користити табеларне и графичке приказе функције.

Указати да јединица мере у координатном систему може бити различита.

Проверите шта сте научили

- Одредите у координатном систему тачке:
 $A(2, 1)$; $B(-2, 3)$; $C(0, 4)$; $D(-5, 0)$; $E(3, -4)$
- Тркач претрчи $3000m$ за тачно 8 минута.
Колика је његова средња брзина изражена у метрима у секунди?
Ако $3000m$ тркач претрчи за 5 минута, да ли трчи брже (већом брзином) или спорије (мањом брзином)?
- Одредите вредност функције $y = 2 \cdot x - 3$ за $x = 2$.
- График приказује промену дужине пута једног бициклисте $y(km)$ у зависности од времена $x(min)$.
 - Колики пут ће бициклиста прећи за 2 минута?
 - Колико минута бициклисти треба да пређе 3 километра?
 - Представите табелом пут који пређе бициклиста за 2, 4, 6, 8, 10 и 12 минута.



- Одредите тачке које су симетричне тачкама $A(2, 1)$; $B(-2, 3)$; $C(0, 4)$; $D(-5, 0)$; $E(3, -4)$ у односу на: а) осу x , б) осу y .

Следеће тачке су темена троугла:

- $A(4, 0)$, $O(0, 0)$, $B(0, 3)$, израчунајте страницу АВ.
 - $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, 4)$, израчунајте страницу АС.
- Зашто се пропорција своди на проширивање или скраћивање разломка? На пример, напишите две размере које су једнаке размери $12 : 36$.
 - Запишите израз за функцију чији је график приказан у горњем примеру. Да ли можете из изрази да прочитате брзину кретања бициклисте?

Не заборавите!

- Координатни систем служи за одређивање положаја тачке у равни.
- Свака тачка у координатном систему одређена је са два броја (p, q) , који представљају координате тачке у равни. Први број p једнак је удаљености тачке од вертикалне осе (растојање у хоризонталном правцу), а други број q једнак је удаљености тачке од хоризонталне осе (растојање у вертикалном правцу).
- Функција је математички израз којим се описује зависност два скупа бројева.
- Директна пропорционалност величина y и x записује се изразом $y = k \cdot x$, а обрнута пропорционалност изразом $y = k/x$.
- Функција се може представити табелом и графиком. Табела садржи парове одговарајућих бројева. График представља тачке у координатном систему чије координате задовољавају дату функционалну зависност.

Примените оно што сте научили

Желите да реновирате стан. Нацртајте план стана на папиру формата А4. Колико пута треба да умањите стварне димензије стана како би цео план стао на папир? Објасните како за решавање овог проблема користите пропорцију.

3.3. ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ

(препорака 20 часова)

Линеарна једначина је математички израз у коме се јавља непозната величина, која се означава словом.

• Ако са K означимо број клупа у реду, запишите једначином исказ да је 15 клупа у разреду распоређено у пет редова.

• Мирко је купио 3kg јабука по цени од 100 динара и x килограма крушака по цени од 150 динара. На каси је платио 600 динара. Колико килограма крушака је купио Мирко?

Линеарна једначина која представља математички запис претходног исказа је

$$100 \cdot 3 + 150 \cdot x = 600$$

Непозната величина најчешће се означава словом x . Број x назива се решењем једначине.

• Решите једначину $150x + 300 = 600$.

• Ако вам је минус на текућем рачуну 2.000 динара, а дозвољени минус је 10.000 динара, колико још највише новца можете подићи са текућег рачуна?

• Ако је $14 \cdot (x + 5) = 80$, колико је x ?



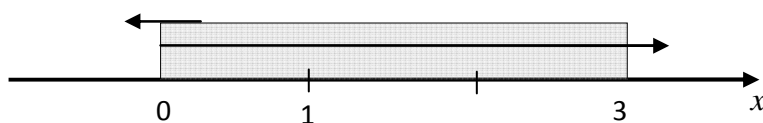
• Душан има два пута више књига него Марко. Пера има шест књига више од Душана. Ако x представља број књига које има Марко, колико књига имају укупно сва три дечака?

• За које x је $x - x = 0$? Образложите одговор.

• Како бисте помоћу графика линеарне функције могли да решите линеарну једначину?

• Мајка има неколико бомбона и хоће да их подели деци. Ако им да по 3 бомбоне остаће јој 2 бомбоне, а ако хоће да им да по 4 бомбоне недостају јој 3 бомбоне. Колико мајка има деце, а колико бомбона?

• Који не негативни цели бројеви ($x \geq 0$) задовољавају неједначину $x + 1 \leq 4$? Објасните решење приказано на бројевној правој.



• Да ли линеарна неједначина може да нема решење?

Упутство за наставника

Помозите полазницима да формулишу једначине које описују неке једноставније реалне ситуације, и тражите да их реше.

За постављање једначина може се користити следећа игра. Један полазник саопшти неколико парова бројева, које одреди тако што замисли неки број (то је први број у пару) и према одабраном изразу на основу замишљеног броја израчуна други број у пару. На пример, двоструку вредност замишљеног броја умањи за један. Остали полазници треба да погоде овај израз. Сваки одговор треба образложити.

Објаснити да се заменом у линеарној једначини знака једнакости = неким од знакова
веће >
мање <
веће или једнако ≥
мање или једнако ≤
добија линеарна неједначина. Она обично има више решења.

Проверите шта сте научили

- Цена такси услуге рачуна се по следећем правилу: полазак се наплаћује 80 динара а сваки пређени километар 40 динара. Ако је путник платио возњу 320 динара, напишите једначину помоћу које можете израчунати број пређених километара x ?



- Колико је x ако је $12x - 10 = 6x + 32$?

- Седам поморанци и четири лимуна коштају 143 динара, а 11 поморанци и 12 лимуна коштају 279 динара. Ако x означава цену једне поморанце, а y цену једног лимуна, напишите две једначине из којих се могу израчунати x и y . Решите добијени систем једначина.

- Решавањем одговарајућег система једначина одговорите на питање из песмице:

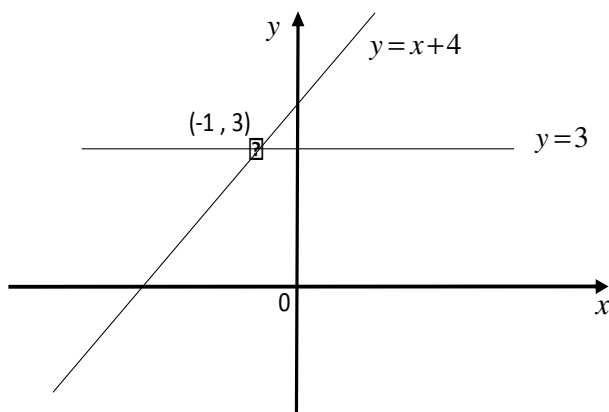
Летеле су вроне, спазиле су гране.

По 2 вроне врана више,

по 3 вроне грана више.

Колико је било врана, а колико грана?

- Решите графички систем једначина $y = 3$, $y = x + 4$.



- Решите неједначину $2 - 5x \geq 3x - 14$ и прикажите решење на бројевној правој.

Не заборавите!

- Решити линеарну једначину значи наћи вредност непознате величине у једначини. Она се означава словом, обично словом x .
- Решење линеарне једначине може се одредити и помоћу графика линеарне функције која је одређена линеарном једначином.
- Ако се у линеарној једначини знак једнакости замени знаком веће или мање, добија се линеарна неједначина. Она обично има више решења.
- Када се у проблемској ситуацији јављају две непознате величине, означене на пример са x и y , потребно је проблем описати системом од две линеарне једначине са две непознате. Обе једначине се истовремено решавају. Решење је пар бројева који представљају бројне вредности за x и y . Израчунате вредности морају задовољавати обе једначине.

Примените оно што сте научили

Научили смо четири различита начина да опишемо неку ситуацију: речима, једначинама, табелама или графицима. Кажемо да су ово различите репрезентације исте ситуације.

Изаберите неки пример и искажите га на сваки од наведених начина.

Шта мислите, које су предности, а који су недостаци сваког од њих?

Опишите речима како бисте могли решити једначину тако што ћете направити одговарајућу табелу, а затим помоћу ње нацртати график који Вам показује решење.

ТЕМА 4: ОБРАДА ПОДАТАКА

Исходи за крај основног образовања

По завршетку основног образовања полазник/ца ће умети да:

- прочита податак са графикона, дијаграма или из табеле, и одреди минимум или максимум;
- примени проценте у једноставним реалним ситуацијама;
- примени размеру и пропорцију у једноставним реалним ситуацијама;
- користи одговарајуће јединице за мерење дужине, површине, запремине, масе, времена и углова;
- претвори већу јединицу времена у мању.

Веза са другим предметима

Хемија - резултате експеримената представити табелама и различитим дијаграмима, процентни раствор, пропорција, јединице мере

Физика - резултате експеримената представити табелама и различитим дијаграмима, јединице мере, пропорција

Биологија - резултате експеримената представити табелама и различитим дијаграмима.

Географија - демографски подаци (у вашем граду живи ...% популације млађе од 18 година, на последњим парламентарним изборима партије су добиле ...% гласова, ...% Рома је неписмено)

Матерњи језик - разумевање информација представљених у различитим графичким облицима



Уџбеници и збирке задатака из математике од 5. до 8. разреда основне школе

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/ALGEBRA/math-ALGEBRA.htm>

<http://www.ixl.com/?gclid=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



- графикон
- дијаграм
- табела
- круг
- скала
- минимум и максимум
- средња вредност
- проценат
- пропорција
- мерне јединице за дужину, површину, запремину, масу, време
- процена грешке мерења

4.1. ГРАФИЧКИ ПРИКАЗ

(препорака 17 часова)

За прегледнији приказ информација користе се различити графички записи: табеле, графикони, дијаграми и кругови.

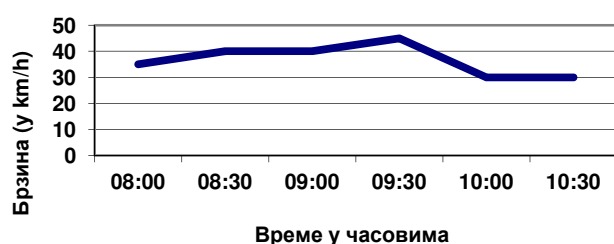
- Пронађите у материјалу за учење за друге предмете градиво које је приказано у неком од наведених облика. У ком облику сте нашли да су информације најчешће записане? Која врста информација се најчешће приказује графиконима и дијаграмима? Наведите примере.

- Резултати анкете 120 матураната једне школе о томе у коју ће земљу путовати приказани су кругом. Колико се ученика изјаснило за сваку од земаља? За који предлог је гласало највише ученика?



- Прикажите графички кретање температуре ваздуха у последњих десет дана.

- Дијаграм приказује брзину кретања аутобуса. У колико сати је аутобус постигао највећу брзину? Која је најмања брзина којом се кретао?



- Представите табелом планирани дневни распоред активности. Анализом дужине трајања сваке од активности, одговорите:

а) за коју активност је потребно највише, а за коју најмање времена,

б) колико у просеку траје једна активност и

в) колико је укупно ангажовано време?



- На основу табеле растојања већих градова у Србији, која је обично саставни део аутокарте, пронађите градове

а) који су на једнаком међусобном растојању,

б) градове чије је међусобно растојање најмање, и

в) градове који су највише удаљени један од другог.

- Представите табелом планирани недељни распоред активности. Пробајте да оптимизујете овај план.

Упутство за наставника

Објаснити полазницима како се читају табела, графикон, дијаграм или круг, на примерима из рекламног материјала или средстава јавног информисања (економски показатељи, испитивања јавног мњења,...), које полазници треба да прикупе.

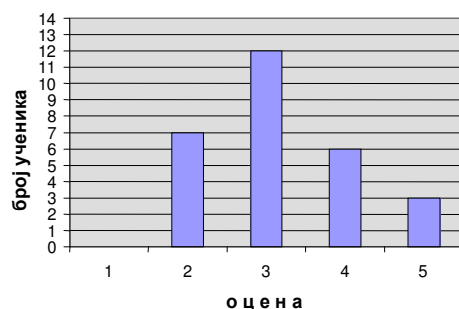
Посебну пажњу обратити на разумевање скала на осам ових графичких презентација.

Вежбати како се подаци дати у једном облику могу представити у другом облику (дијаграм ↔ табела ↔ графикон ↔ круг).

Полазници треба сами да прикупе различите податке (промене температуре, курса динара, цена артикала, водостаја река, трошкова,...), да их представе различитим дијаграмима и да са њих читају битне информације).

Проверите шта сте научили

- Прочитајте са дијаграма колико је ученика добило сваку од оцена на писменом задатку. Упишите податке у табелу.



- Прикажите графички кретање курса евра у току месец дана. Прочитајте најбољи и најгори курс, и израчунајте средњи курс.
- Табела приказује температуре у различитим временима у току четири дана. Ког дана и у колико часова је била максимална температура? Колика је просечна температура била у 12 часова тих дана?

ТЕМПЕРАТУРА					
	6 часова	9 часова	12 часова	15 часова	18 часова
понедељак	15°	17°	24°	21°	16°
уторак	20°	16°	15°	10°	9°
Среда	8°	14°	16°	19°	15°
четвртак	8°	11°	19°	26°	20°

- Влада је водио евиденцију колико динара троши дневно за ужину. Колико динара Влада троши недељно за ужину? Колико динара Влада просечно троши за ужину за један?

Понедељак	Уторак	Среда	Четвртак	Петак
50	80	70	40	120

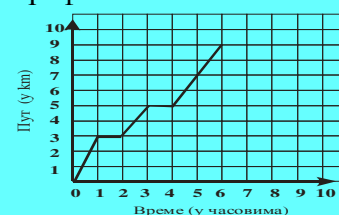
Не заборавите!

- Подаци се прегледно приказују и обрађују када се запишу у облику:

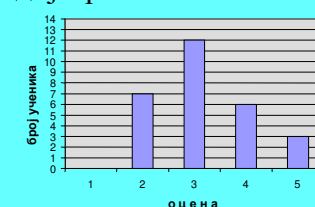
табеле

x	2	3	4	5
y	7	10	13	16

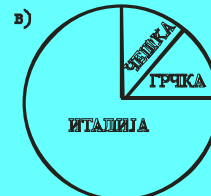
графикана



дијаграма



круга



Примените оно што сте научили

Планирање кућног буџета:

Направите табелу кућног буџета по категоријама (храна, одећа, кућна хемија, забава,...). Одредите проценат од укупног месечног прихода који планирате да потрошите за сваку категорију.

Сваког месеца упишите реалну суму коју можете да потрошите, с обзиром на остварени приход датог месеца.

У следећој колони у току месеца унесите трошкове и на крају месеца израчунајте стварне трошкове за сваку категорију.

У последњој колони унесите колико сте уштедели или колико сте ушли у минус по свакој категорији.

Представите дијаграмом или кругом стварне трошкове у процентима по категоријама.

4.2. МЕРЕЊЕ

(препорука 17 часова)

- Патике, које су коштале 2500 динара, појефтинице су 20%. Колика је нова цена патика?

Директна пропорција је множење истим чиниоцем - повећање два, три ... пута (размера 2:1, 3:1, ...) или смањење два, три ... пута (размера 1:2, 1:3,...)

- Смеса за колаче се састоји од 200g шећера, 300g млевених ораха, 200g маслаца и 300g брашна. Колико Мира треба да узме сваког од састојака уколико жели да припреми троструку количину колача?
- Ако 4 биоскопске карте коштају 1000 динара, колико кошта 14 биоскопских карата?
- Однос маса кречњака и глине у цементу је 3 : 1 . Колико треба узети кречњака на 3kg глине?
- Која од наведених јединица је најпогоднија за мерење тежине (масе) јајета: центиметар, милиметар, грам, килограм ?
- Миша је почео да ради свој домаћи задатак у 8 часова и 40 минута. Ако му је било потребно три четврт часа да уради домаћи задатак, у колико часова га је завршио?
- У предмету Историја учите периодизацију прошлости. Представите на бројевној правој временско трајање сваке од дефинисаних временских категорија. Тачка 0 нека означава почетак нове ере.



- Када је изграђен аутопут, просечно време путовања аутобусом од места А до места Б је са 25 минута смањено на 20 минута. Колико је у процентима изражено скраћење времена путовања?
- Однос броја x према броју 52 једнак је односу 7 према 13. Колико је x ?
- У изради прстена коришћено је злато и бакар у односу 5 : 3. Колико има једног и другог у овом прстену, ако је његова маса 19,2 g?
- Да ли се пропорција може рачунати коришћењем функције директне пропорционалности? Објасните.
- Ако је Марко рођен 1986. године, а његов син 2012. године, колико је Марко старији од свог сина?

Упутство за наставника

У овом делу се користи за решавање практичних проблема све оно што је полазник већ научио у области бројева, фигура и објеката и мере. Потребно је полазника подсетити на пређено градиво, а затим кроз примере илустровати како се примењује математичко знање за решавање практичних задатака.

Подстицати полазнике, по узор на ове моделне примере, да сами уоче реалан проблем, формулишу га у математичком облику, реше добијени математички задатак и провере тачност решења.

Проверите шта сте научили

- Цена једне лопте је повећана за 12% и сада износи 392 динара. Колика је била цена те лопте пре поскупљења?
- Из географије учите да океани покривају 71% Земљине површине. Колики проценат Земљине површине покрива копно? Представите кругом графички ове податке.
- Због разлике у сили гравитације, човек је на Месецу око 6 пута лакши него на Земљи. Ако је на Земљи човек тежак 84 kg, колико ће бити тежак на Месецу?
- Молер је са две кутије боје окречио зид површине $10m^2$. Колико кутија боје му је потребно да окречи стан чија је укупна површина зидова $120m^2$?

- Која од наведених величина се обично изражава у метрима?

дебљина новчића
дужина листа папира
дужина аутомобила
растојање између Београда и Ниша



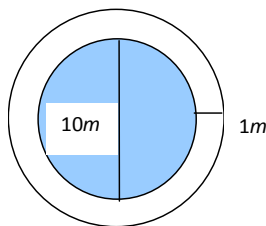
- У контејнеру са секундарним сировинама налази се папир, пластика и стакло у односу 5 : 3 : 2. Колико има стакла, папира и пластике, ако је укупна маса контејнера 1500 kg?

- За асфлтирање пута ширине 5m треба утрошити 20 милиона динара по километру дужине. Колико би коштао прилазни пут дужине 300m и ширине 4m?

- Око базена пречника 10 метара је кружна стаза ширине 1 метар.

а) Колики је обим базена ($\pi = 3,14$)?

б) Колика је површина кружне стазе?



Не заборавите!

- Проценат је стоти део целог.
- Пропорција је множење истим чиниоцем.
- Основне јединице мере

за дужину

метар	m
центиметар	cm
милиметар	mm
километар	km

за површину - квадратни

метар	m^2
центиметар	cm^2
милиметар	mm^2
километар	km^2

за запремину – кубни

метар	m^3
центиметар	cm^3
милиметар	mm^3
километар	km^3
литар	l

за масу

грам	g
килограм	kg

за време

сат	
минут	
секунд	

Примените оно што сте научили

У продавници су различите марке прашка за веш понуђене у различитим паковањима.

Представите графицима за сваку марку прашка зависност цене од тежине паковања, и на основу ових графика процените шта је најекономичније купити (највише прашка за најмање новца). Ово можете урадити и за друге артикле (различита паковања и врсте кекса, меса и сл).

Да ли је увек јефтинија куповина на велико у дисконтима?

Израчунајте колико новца уштедите месечно (годишње) овом економичном куповином?

Објасните на који начин користите пропорцију при спремању јела према датом рецепту.

ТЕМА 5: ГЕОМЕТРИЈА У ПРОСТОРУ

Исходи за крај основног образовања

По завршетку основног образовања полазник/ца ће умети да:

- уочи моделе призме, пирамиде, купе, ваљка и лопте у реалним ситуацијама;
- користи особине коцке и квадра;
- израчуна површину и запремину коцке и квадра.

Веза са другим предметима

Географија - Земља има облик лопте

Струка - грађевинарство



Уџбеници и збирке задатака из математике од 5. до 8. разреда основне школе

<http://www.regentsprep.org/Regents/math/geometry/math-GEOMETRY.htm>

<http://www.ixl.com/?gclid=CN73pezNyagCFRSVzAodyX8BpA>



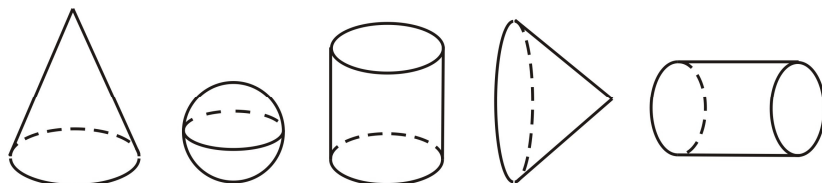
- **призма**
основе
страни
ивице
темена
- **пирамида**
основа
страни
ивице
врх
- **купа**
основа
омотач
врх
- **ваљак**
основе
омотач
- **лопта**
сфера
центар,
полупречник
- **површина**
- **запремина**

5.1. ГЕОМЕТРИЈСКА ТЕЛА

(препорука 17 часова)

Геометријска тела су објекти у простору чије су основе многоуглови или круг

- Уочите призму, пирамиду, купу и ваљак у окружењу (кућа, кров куће, корнет сладоледа, буре, олуц и др).
- Именујте геометријска тела представљена на слици



- Ког облика су обично кровови кућа? Објасните зашто.
- Опишите шта разликује призму и пирамиду од ваљка и купе, а шта разликује призму и ваљак од пирамиде и купе.
- Каквог је облика планета Земља?
- Да ли су коцка и квадар призме? Наведите њихове особине.
- Колико страна, ивица и темена има коцка? Да ли и било који квадар има једнак број ових елемената?



- Призма има два подударна краја која називамо основама и који одређују назив призме (ако је основа четвороугао, то је четворострана призма). Њене стране су паралелограми.

Који елементи призме су тачке, који линије, а који површи (уочите различите димензије ових елемената).

- Да ли је једнозначно одређено шта су основе коцке или квадрата?
- Пирамида има једну основу по којој добија име (ако је основа троугао, то је троострана пирамида). Њене стране су троуглови који се састају у једној тачки, врху пирамиде. Колико страна, ивица и темена има правилна троострана једнакоивична пирамида (тетрапак)?
- Како бисмо могли од призме добити пирамиду, а од ваљка купу?

Упутство за наставника

Исећи од папира мреже призме
пирамиде
ваљка
купе
и склопити их.

На моделима објаснити појмове: основа, страна, ивица, теме, омотач, врх. Указати да ови елементи одређују врсту геометријског тела.

Истаћи различите димензије елемената геометријских тела:

темена и врх су тачке (немају ни дужину, 0Д),

ивице су дужи (имају само дужину, 1Д),

основе, стране и омотач су површи (имају површину, 2Д)

Геометријска тела су тро-димензиони објекти (3Д)

Површине коцке и квадра једнаке су збиру површина њихових страна.

- Уочите које фигуре чине мреже коцке и квадра и на основу тога изведите изразе за израчунавање њихове површине.
- Да ли Милица може да увије украсним папиром дугачким 60 cm и широким 50 cm кутију облика квадра чије су димензије 20 cm , 30 cm и 7 cm ?

Запремине коцке и квадра једнаке су производу њихових димензија (дужине, ширине и висине).

- Ако су димензије приколице камиона $5,5\text{ m}$ и $2,5\text{ m}$ и дубина $1,2\text{ m}$, колико је возач довезао кубних метара песка?
- Како се рачуна запремина коцке, с обзиром да су јој све три димензије једнаке?



- Ваљак има две кружне основе и криву површ која их спаја. Уочите у окружењу шта све има облик ваљка и препознајте основе и омотач. Утврдите да ли је ваљак прав или не.

- Површина ваљка једнака је збиру површина основа и омотача. Колико је потребно лима да би се направио олука дужине 4 m и попречног пресека пречника 16 cm ?
- Запремина ваљка једнака је производу површине основе и висине. Колика је запремина бурета облика ваљка, чији је пречник основе 30 cm , а висина 1 m ?
- Купа има једну кружну основу и криву површ која се на врху сужава у тачку, врх (теме) купе. Шљунак стоји на гомили облика купе, пречника основе 3 m и висине $1,5\text{ m}$. Колико кубних метара шљунка има на гомили?
- Ког је облика алат у грађевинарству- висак?
- Како бисмо могли од призме добити ваљак, а од пирамиде купу?
- Лопта је геометријско тело и представља део простора оивичен сфером. Сфера је скуп тачака у простору подједнако удаљених од једне сталне тачке, центра сфере.

Упутство за наставника

Посматрањем мреже геометријског тела која је направљена од папира, уочити којим је површима тело оивичено. Коришћењем одговарајућих израза за израчунавања површина геометријских фигура, извести изразе за израчунавање површине сваког од ових тела.

Указати да је омотач ваљка, када би се „испеглао“, у ствари правоугаоник чија је дужина једнака обиму круга у основи ваљка, а ширина једнака висини ваљка. Користећи већ научено о површини правоугаоника и круга, полазника навести да сам закључи како се израчунава површина ваљка.

Проверите шта сте научили

- Ако је површина коцке 54cm^2 , колика је њена запремина?
- У хангар дужине 20m , ширине 10m и висине 4m потребно је сместити балирано сено. Колико бала сена може да се стави у овај хангар ако су димензије једне бале 50cm , 30cm и 80cm ?
- За израду кровне конструкције потребне су нам греде дужине 6m , правоугаоног пресека димензије 12cm и 14cm . Колико кубних метара грађе нам је потребно ако морамо употребити 14 греда?



- Колико платна је потребно да би се сашио шатор облика тростране призме, ако је основа шатора правоугаоник димензија $2,5\text{m}$ и $1,5\text{m}$, а висина шатора је 80cm ?
- Да ли је више материјала при изради амбалаже за паковање јогурта потребно ако се користи тетрапак (правилна тространа једнакоивична пирамида), чија је ивица 10cm , или квадар чије су димензије 4cm , 6cm и 8cm ?
- Баштенско црево дужине 25cm и унутрашњег пречника $2,5\text{cm}$ напуњено је водом. Колико је потребно воде да би се напунило црево и вода потекла на другом крају?
- У бокал облика ваљка, чији је полупречник основе $7,5\text{cm}$ и висина 25cm , сипана је вода до висине од 20cm . Колико још литара воде можемо сипати да би бокал био пун?
- У 10 чаша облика купе сипано је вино. Ако се зна да је пречник чаше 7cm а дубина 5cm , која количина вина је сипана у чаше?
- Око кружног игралишта, пречника 25m , треба бетонирати стазу ширине $1,2\text{m}$ и дебљине бетона 10cm . Колико кубних метара бетона је употребљено за израду те стазе?

Не заборавите!

- Површина геометријског тела једнака је збиру површина свих површи тог тела.
- Запремина је количина простора коју неко тело заузима.
- Коцка, чија је ивица дужине a , има површину $P = 6a^2$, запремину $V = a^3$.
- Квадар, чије су ивице дужине a , b , c , има површину $P = 2(ab + bc + ac)$, запремину $V = abc$.
- Прав ваљак полупречника основе r и висине H има површину $P = 2r^2\pi + 2r\pi H$, запремину $V = r^2\pi H$.
- Права купа полупречника основе r и висине H има површину $P = \frac{1}{3}r^2\pi H$.

Примените оно што сте научили

Намераваате да зидате неки објекат. Претходно је потребно:

- а) направити комплетан план објекта,
- б) планирати потребан материјал,
- в) проценити целокупан трошак изградње,
- г) одлучити која банка даје најповољнији кредит, пошто немате довољно сопствених средстава.

Шта све од онога што сте научили из математике користите да бисте успешно урадили сваки од наведених послова?